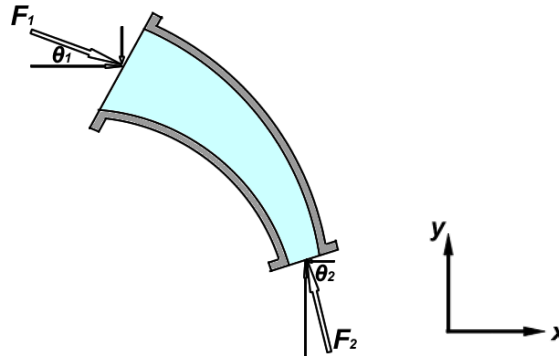


FLUID MECHANICS

PRESSURE AND MOMENTUM FORCES

A-PRESSURE FORCES

Consider a duct as shown in figure. First identify the control volume on which to conduct a force balance. The inner passage is filled with fluid with pressure P_1 at inlet and P_2 at outlet. There will be forces on the outer surface of the volume due to atmospheric pressure. If the pressures of the fluid are measured relative to atmosphere (i.e. use gauge pressures) then these forces need not be calculated and the resultant force on the volume is due to that of the fluid only. The approach to be used here is to find the forces in both the x and y directions and then combine them to find the resultant force.



At the inlet and outlet forces are;

$$F_1 = P_1 A_1$$

$$F_2 = P_2 A_2$$

These forces must be resolved vertically and horizontally to give the following.

$$F_{1x} = P_1 A_1 \cos\theta_1, F_{1y} = P_1 A_1 \sin\theta_1$$

$$F_{2x} = P_2 A_2 \cos\theta_2, F_{2y} = P_2 A_2 \sin\theta_2$$

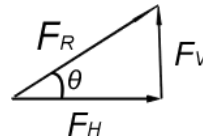
Total horizontal and vertical forces acting on the duct;

$$F_H = F_{1x} - F_{2x}$$

$$F_V = -F_{1y} + F_{2y}$$

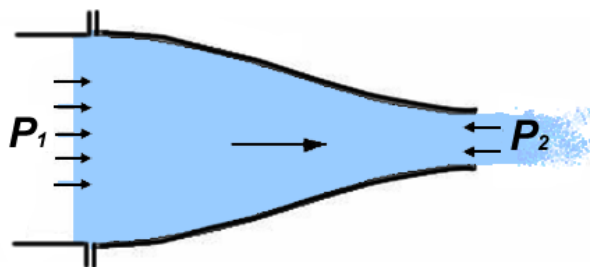
The resultant force and direction on the duct.

$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} \quad \theta = \text{ArcTan}(F_V / F_H)$$



Example

A nozzle has an inlet area 0.005 m^2 and it discharges into the atmosphere. The inlet gauge pressure is 3 bar. Calculate the resultant force on the nozzle.



$$F_H = F_{1x} - F_{2x}$$

$$F_H = P_1 A_1 - P_2 A_2$$

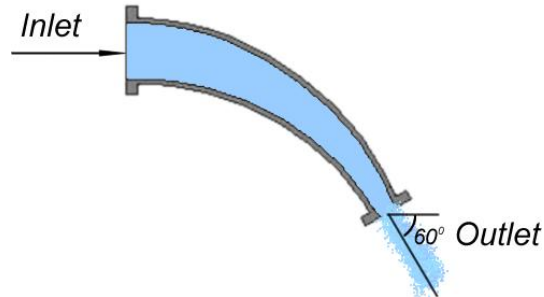
$$F_H = 300000 \text{ N/m}^2 \cdot 0.005 \text{ m}^2 - 0$$

$$[3 \text{ bar} = 300000 \text{ Pa [N/m}^2], P_2 = 0]$$

$$F_H = 1500 \text{ N}$$

Example

The nozzle shown has an inlet area of 0.002 m² and an outlet area of 0.0005 m². The inlet gauge pressure is 300 kPa and the outlet gauge pressure is 200 kPa. Calculate the horizontal and vertical forces on the nozzle.



$$F_H = F_1 - F_{2x}$$

$$F_H = P_1 A_1 - P_2 A_2 \cos 60^\circ$$

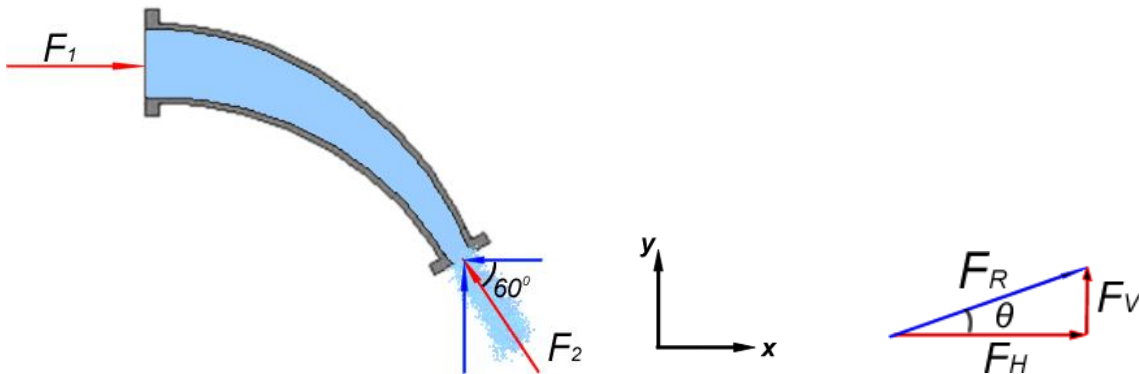
$$F_H = 300000 \cdot 0.002 - 200000 \cdot 0.0005 \cdot \cos 60^\circ = 550 \text{ N}$$

$$F_V = 0 + F_{2y} = P_2 A_2 \sin 60^\circ = 200000 \cdot 0.0005 \cdot \sin 60^\circ = 86 \text{ N}$$

The resultant force on the nozzle;

$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{550^2 + 86^2} = 556.68 \text{ N}$$

$$\theta = \text{ArcTan}(F_V / F_H) = \text{ArcTan}(86 / 550) = 8.87^\circ$$



B-MOMENTUM FORCES

Bir lüleden hızla çıkarak serbest olarak püsküren akışkan çarpmış olduğu bir yüzeyde kuvvet oluşturarak bir iş yapabilir. Örneğin bir hortumdan püsküren su yerdeki molozları temizleyebilir, endüstride çok yüksek hızlı su jeti ile mermer vb malzemeler kesilebilir, dağdan borularla indirilen bir su jeti bir türbin çarkını çevirerek elektrik elde edilebilir. Bütün bu örneklerde su atmosfer basıncında yüksek hızda püskürtülerek iş elde edilmektedir.

Atmosferik basınçta serbest sıvı jeti hızında ve yönünde oluşan değişimler sonucu ortaya çıkan kuvvet Newton kanunu ile bulunur.

$$F = m a \quad [a = (V_2 - V_1) / t]$$

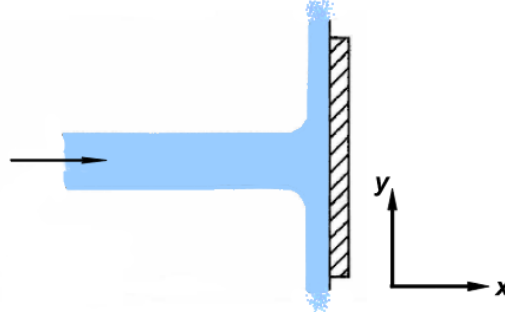
$$F = m (V_2 - V_1) / t$$

$$F = m/t (V_2 - V_1)$$

$$F = \dot{m} (V_2 - V_1)$$

1. Düz dikey bir levhada oluşan Jet darbesi

Şekildeki gibi su jetinin düz duvara çarpması ile x yönünde hızı sıfır olmaktadır. y yönünde ise eşit debi ile ikiye ayrılarak birbirini dengeleyen bir kuvvet oluşur. Dolayısı ile sadece x yönünde bir kuvvet meydana gelmiş olur.



Example

Yukarıda verilen şekilde gibi bir lüleden çıkan su 5 kg/s lik kütleli debi ile püskürmektedir. Su jetinin çapı 25 mm olup çarpmış olduğu düz, dikey levhada meydana getirdiği kuvvetin şiddetini ve yönünü bulunuz.

Lüleden çıkan suyun hızını bulalım.

$$\dot{m} = \rho V A = 5 \text{ kg/s}$$

$$V = 5 / (1000 * \pi 0.025^2 / 4) = 10.18 \text{ m/s}$$

x yönündeki levhada oluşan kuvveti bulalım. y yönünde kuvvet oluşmaz.

$$F = \dot{m} (V_2 - V_1) = 5 (0 - 10.18) = -50.92 \text{ N}$$

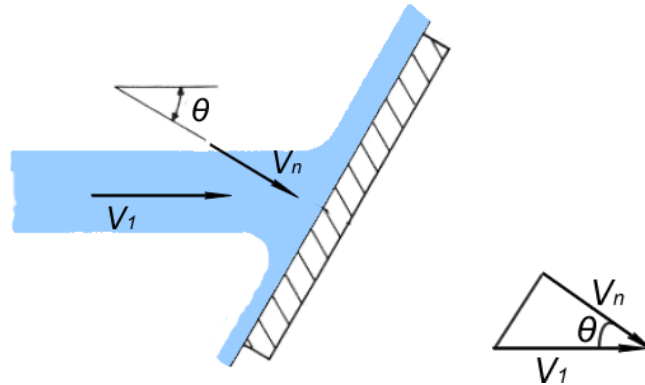
Bu kuvvet suda oluşan negatif yöndeki kuvettir. Plakada ise pozitif yönde aynı kuvvet oluşur.

2. Eğik Düz Plakada Oluşan Jet Darbesi

Burada levha üzerindeki sıvı darbesi eşit olarak ayrılmamaktadır. Levhanın eğiminden sıvının büyük bir bölümünün yukarıya az bir bölümünün aşağıya gideceği görülebilir. Levhada oluşan kuvveti bulmak için levhanın normali yönünde suyun oluşturduğu kuvveti bulmalıyız. Bunun içinde levhaya belli bir hızla gelen akışkanın hızının normal yönündeki bileşenini hesaplamalıyız. Levhaya dik yöndeki bu bileşen hızını bulduktan sonra artık düz dik bir duvara çarpan suyun hüzmelerinin oluşturacağı kuvveti bulabiliriz (problem bir önceki konuya dönüşmüş olur).

$$V_n = V_1 \cos \theta$$

$$F = \dot{m} V_n$$



Example

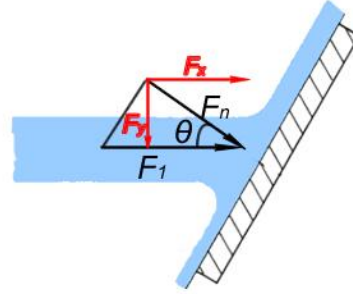
Yukarıda verilen şekildeki gibi eğik bir levhaya normali ile 30 açı yapıp şekilde çarpan su jetinin levhada oluşturacağı kuvveti hesaplayınız. Bu kuvvetin x ve y yönündeki bileşenleri ne olur. Su jetinin bilgileri bir önceki örnekle aynı değerdir.

$$V_n = V_1 \cos \theta = 10.18 \text{ m/s} \cos 30 = 8.81 \text{ m/s}$$

$$F_n = \dot{m} V_n = 5 \text{ kg/s} * 8.81 \text{ m/s} = 44.05 \text{ N}$$

$$F_x = F_n \cos 30 = 44.05 \cos 30 = 38.14 \text{ N}$$

$$F_y = F_n \sin 30 = 44.05 \sin 30 = 22.02 \text{ N}$$

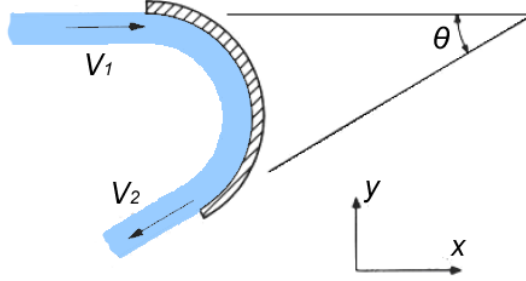


3. Eğrisel Kanatlarda Oluşan Jet Darbesi

Bu tür problemlerde kanata giren su ile çıkan suyun doğrultularına ve debinin ne kadarı çıkışlara dağıtılmaktadır bunlara dikkat etmek gerekir. Kanata giren suyun oluşturacağı kuvvet su ile aynı yönde olur. Fakat kanattan çıkan suyun oluşturacağı kuvvet geriye doğru olur. Buna göre kuvvetler hesaplandıktan sonra kanatın üzerindeki bileşke kuvvetler bulunur.

Example

Bir buhar jeti 35 mm çapındaki memeden 80 m/s hızda ve 2,3 m³/kg özgül hacimde püskürtülmektedir. Sabit duran türbin kanatlarına uygulana jet darbesi şekilde gösterilmiştir. Kanatlara gelen kuvvetin yönünü ve şiddetini kayıpları ihmal ederek hesaplayınız. $\theta = 30^\circ$



Buhar jetinin yoğunluğunu bulalım.

$$v \text{ (özgül hacim)} = 2,3 \text{ m}^3/\text{kg} = 1/\rho$$

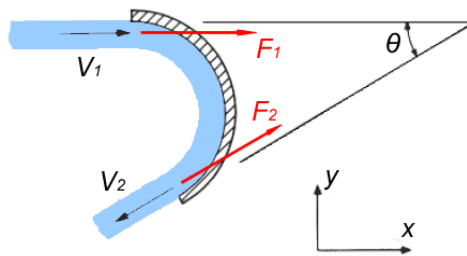
$$\rho = 1/2,3 = 0,434 \text{ kg/m}^3$$

Kütleli debiyi bulalım.

$$\dot{m} = \rho V A = 0,434 \text{ kg/m}^3 * 80 \text{ m/s} * (\pi * 0,035^2/4 \text{ m}^2)$$

$$\dot{m} = 0,0334 \text{ kg/s}$$

Kanata girişte oluşan kuvvet suyun akış yönünde, kanattan çıkış yapan suyun oluşturduğu kuvvet geriye doğrudur.



Girişteki akış hızı çıkıştaki akış hızına eşittir. $V_1 = V_2$ dir.

$$F_1 = \dot{m}_1 V_1 = 0,0334 \text{ kg/s} * 80 \text{ m/s} = 2.677 \text{ N}$$

$$F_1 = F_2 = 2.677 \text{ N}$$

Yatay (x doğrultusundaki) ve dikey (y doğrultusundaki) yöndeki kuvvetleri bulalım.

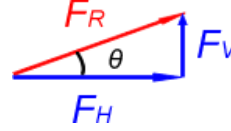
$$F_H = F_x = F_1 + F_2 \cos 30 = 2.677 \text{ N} + 2.677 \text{ N} \cdot \cos 30 = 4.99 \text{ N}$$

$$F_V = F_y = F_2 \sin 30 = 2.677 \text{ N} \cdot \sin 30 = 1,338 \text{ N}$$

Kanada gelen bileşke kuvvet ve yönü

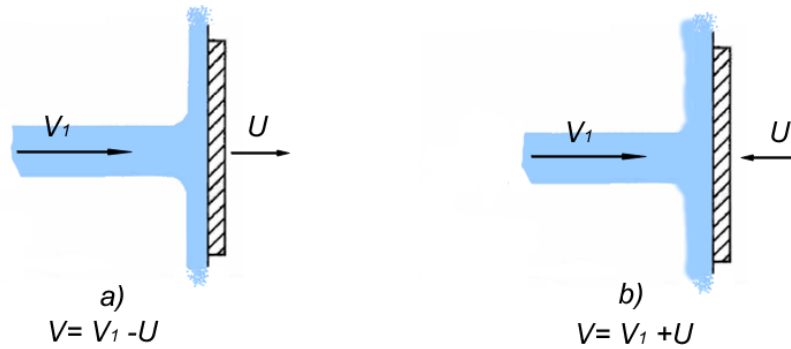
$$F_R = \sqrt{F_H^2 + F_V^2} = \sqrt{4,99^2 + 1,338^2} = 5,166 \text{ N}$$

$$\theta = \text{ArcTan}(F_V / F_H) = \text{ArcTan}(1,338 / 4,99) = 15^\circ$$



4. Hareketli Kanatlar

Su jeti hareketli kanatlara çarptığında oluşturduğu kuvveti hesaplamak için bağıl hızı hesaplamalıyız. Eğer kanatla su jeti aynı yönde ise bağıl hızı iki hızın farkıdır. Kanatla su jeti zıt yönde birbirine doğru geliyorsa bağıl hız iki hızın toplamıdır. Bağıl hızı hesapladıktan sonra artık kanatları sabit yerinde duruyormuş gibi kabul edip çözümü yaparız.



Example

25 mm çapındaki lüleden çıkan suyun hızı 10,18 m/s ve önünde çarpmış olduğu plaka akış yönünde ve ters yönde 4 m/s hızla hareket ettirilirse her iki durum için plakada meydana gelen kuvvet ne olur?

Kütleli debiyi bulalım.

$$\dot{m} = \rho V A = 1000 * 10,18 * 3,14 * 0,025^2 / 4$$

$$\dot{m} = 4,99 \text{ kg/s}$$

Bağıl hızları bulalım.

$$V_a = V_1 - U = 10,18 - 4 = 6,18 \text{ m/s (kanat suyun akış yönünde hareket ediyor)}$$

$$V_b = V_1 + U = 10,18 + 4 = 14,18 \text{ m/s (kanat suyun akış yönüne zıt yönde hareket ediyor)}$$

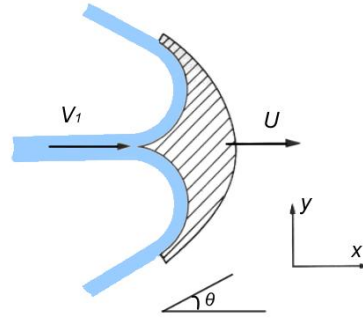
Bağıl hızları bulduktan sonra kanatları yerinde duruyor olarak kabul edip oluşacak kuvvetleri bulabiliriz.

$$F_a = \dot{m} V_a = 4,99 * 6,18 = 30,83 \text{ N}$$

$$F_b = \dot{m} V_b = 4,99 * 14,18 = 70,75 \text{ N}$$

Example

Bir Pelton Çarkı lülesi 35 mm çapında ve 50m/s hızında su jeti oluşturmaktadır. Kanat biçimleri şekilde verildiği gibi olup, 25 m/s hızla hareket etmektedir. Sürtünmenin kanatlar üzerindeki akış hızını %5 azalttığını kabul edersek bu türbinden ne kadar güç elde edilir. θ açısı 30 dir.

Kütleli debiyi bulalım.

$$\dot{m} = \rho V A = 1000 * 50 * 3,14 * 0,035^2 / 4$$

$$\dot{m} = 48 \text{ kg/s}$$

Bağıl hız

$$V = V_1 - U = 50 - 25 = 25 \text{ m/s}$$

Bağıl hızı bulduktan sonra kanatı yerinde duruyor olarak kabul edip çözebiliriz.

Kuvvetleri bulalım

$$F_1 = \dot{m}_1 V_1 = 48 * 25 = 1200 \text{ N}$$

$$F_2 = \dot{m}_2 V_2 = 24 * 25 = 600 \text{ N}$$

Burada kütleli debi yarıya düşüp iki kısma ayrılır. Kesit daraldığı için hız değişmez. Kesit daraldığı için hız aynı kalır. Kanat yerinde duruyor olarak kabul edildiği için V_2 hızında 25m/s olur.

X eksenine doğrultusundaki kuvvetleri bulalım.

$$F_x = F_1 + 2 * F_2 * \cos 30 = 1200 \text{ N} + 2 * 600 \cos 30 = 2239 \text{ N}$$

$$F_y = F_2 * \sin 30 - F_2 * \sin 30 = 0$$

Y yönünde kuvvetler birbirini dengeler bileşkesi sıfırdır.

Türbinin üreteceği gücü bulalım.

$P = F V$ (Doğrusal harekette gücü hesaplamamızı sağlayan güç formülüdür.

$P = M \omega$ (Dairesel harekette güç formülü.

Doğrusal hareketi dairesel harekete çevirirken kullanılabilecek formüller şu şekildedir.

$$V = r \omega$$

$$a = r \alpha$$

Buradan açısal hızı çekersek $\omega = V/r$

Buradan güç formülü

$$P = M \omega = F r (V/r) = F V = 2239 \text{ N} * 25 \text{ m/s} = 55980 \text{ Watt}$$

