



Kalman Filtresi ve Bir Navigasyon Uygulaması

Kalman Filter and a Navigation Application

İbrahim ÇAYIROĞLU

Karabük Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Mekatronik Mühendisliği, 78050, Karabük, icayiroglu@yahoo.com

Anahtar Kelimeler:
Kalman Filtresi

Özet: Bu makalede Kalman Filtresinin genel bir tanıtımı yapıldıktan sonra uygulamalı bir örneği verilmiştir. Kalman filtresi gürültülü ölçüm yapılan bir sistemi tahmin etmek için oldukça güçlü ve yetenekli bir algoritmadır. Verilen örnek direkt uygulanıp denenebilir. Kavramların daha iyi anlaşılması için hem Türkçe alternatif anlatımları hem de İngilizce karşılıkları verilmiştir.

Keywords:
Kalman Filter

Abstract: In this article, given an practical example of Kalman filter after a general introduction. Kalman filter is a very strong and talented algorithm to predict a system has noise measurements. The examples given are applied directly. Alternative explanations for better understanding of concepts in both Turkish and English equivalents are given.

©2012 ibrahimcayiroglu.com, All rights reserved. Bu makale hakem kontrolünden geçmeden bilgi paylaşımı amacıyla yayınlanan bir dökümandır. Oluşabilecek hata ve yanlışlıklardan dolayı sorumluluk kabul edilmez. Makaledeki bilgiler referans gösterilip yayınlanabilir. (These articles are published documents for the purpose of information sharing without checked by the referee. Not accepted responsibility for errors or inaccuracies that may occur. The information in the article can be published by referred.)

1. Giriş

Kalman filtresi 1960 yılındaki ilk sunumundan bu tarafa, geliştirilen binlerce askeri ve sivil yön bulma sistemlerinin {navigation} ayrılmaz bir parçası olmuştur. Bu görünüşte basit, özyinelemeli {recursive} dijital, algoritmik filtre, sistemin genel performansını elde etmek için navigasyon dataları üzerinde uygun bir kaynaşma {fusing} sağlaması ile ünlü olmuştur. Sistem değişkenlerinin o anki değerlerini tahmin etmek için, (örneğin konum koordinatları gibi), filtre geçmiş bilgilere bakarak her bir yeni ölçümü uygun bir şekilde ağırlıklandırıp, istatistiksel bir yöntemle yeni tahminleri gerçekleştirir. Filtre aynı zamanda, gerçek zamanlı kalite değerlendirmeleri için yada çevrimdışı sistem tasarım çalışmaları için yapılan tahminlerin güncel belirsizliklerini tespit içinde kullanılabilir. Kalman filtresinin optimum performans göstermesi, çok yönlü {versatility} ve kolay uygulanabilir olması nedenleri ile özellikle GPS li atalet sistemlerinde yada tek başına GPS sistemlerinde popüler olmasını sağlamıştır.

Rudolf Kalman resmi olarak Kalman Filtresini 1960 yılında sunduğunda, algoritma çok iyi karşılanmıştı. Dijital bilgisayar dünyası yeterince olgunlaşmıştı, bir çok acil çözülmesi gereken ihtiyaçlar bulunuyordu (örneğin atalet destekli navigasyon gibi) ve algoritmada şartırcı bir şekilde

basit şekildeydi. Filtrenin pratik uygulamaları uygun bir istatistiksel modellemeye ve nümerik hassasiyete dikkat etmeyi gerektirmekteydi. Mühendisler yön bulmada, kadastrada, araç takibinde (uçak, uzay aracı, füze), jolojide, oşinografide {oceanography}{okyanus bilimi}, akışkanlar dinamiğinde, çelik/kağıt/enerji endüstrisinde ve nüfus tahmini gibi sayısız kullanım alanlarında filtresinin binlerce uygulamasını geliştirmişlerdir.

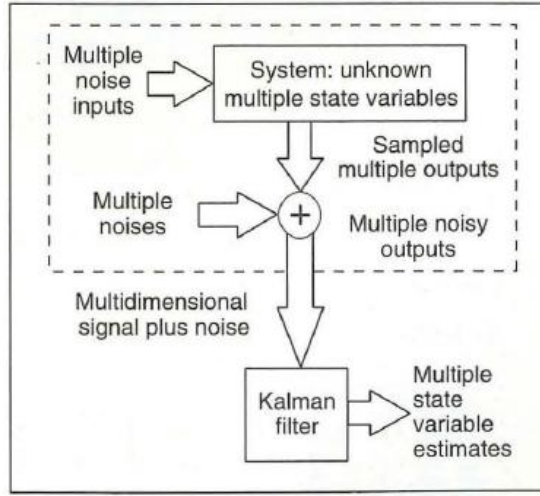
2. Denklemlerin Tanıtılması

Kalman filtresi çoklu girdi, çoklu çıktıya sahip bir dijital filtredir. Bu filtre gerçek zamanlı olarak gürültülü çıktılara sahip bir sistemin durumunu optimal olarak tahmin eder (Şekil 1). Sistemin durumları {states}(her bir zamandaki değerleri), sistemin davranışını zamanın bir fonksiyonu olarak komple tanımlamaya gerek duyan değişkenlerdir (örneğin pozisyon, hız, voltaj seviyesi ve vb.). Aslında çoklu gürültülü çıktıya sahip sistem, çok boyutlu gürültülü sinyale sahip olarak düşünülebilir. Bunlardan hangisinin sistemin durumunu gösteren olduğu bilinmemektedir. Kalman filtresi gürültülü ölçümler içinden istenen sinyalleri tahmin etmek için filtreler.

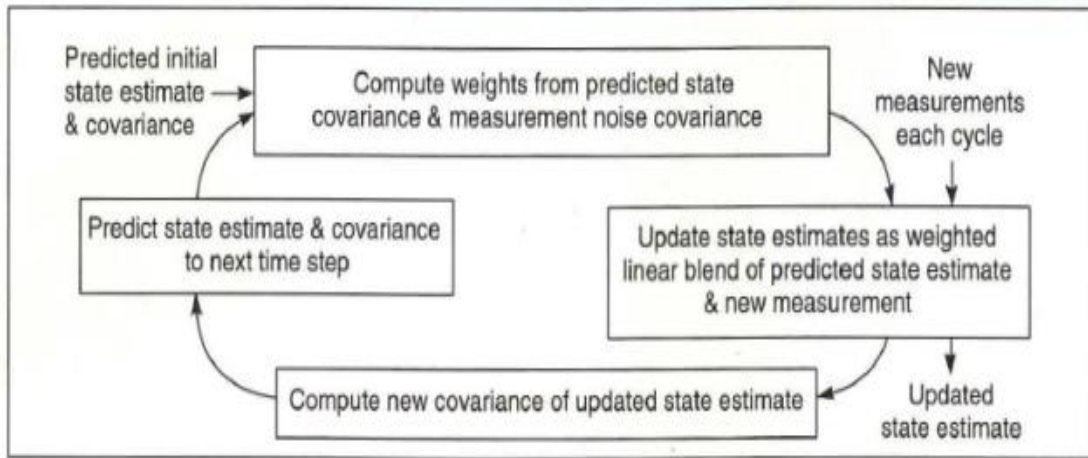
Kalman filtresi diğer kabul edilebilir yöntemlere göre, daha genel bir metod olarak gösterilmiştir. Benzer olarak diğer kabul edilebilir yöntemler şunlardır. Monoton artış ortalaması {the mean of

any monotonically increasing}, Simetrik hata fonksiyonu {symmetric error function}. Bu yöntemler de benzer şekilde davranan tahmin edicilerdir. Kalman filtresi ise selefi olan “en küçük

ortalama hata kareleri”{minimum mean square error} yöntemi üzerine bina edilmiş heyecan verici bir yöntemdir. En küçük kareler yöntemi 1940’lı yıllarda Norbert Wiener tarafından bulunmuştur.



Şekil1. Kalman filtresinin amacı içerisinde çok sayıda gürültü içeren bir sistemin durumunu gösteren değişken değerlerini optimal olarak tahmin etmektir.



Şekil 2.Kalman filtresi tekrarlı {recursive} doğrusal {linear} bir filtredir. Her bir döngüde {cycle} durum tahmini {state estimate}, önceki ölçümlerden elde edilen tahmin edilmiş durum tahminleri {predicted state estimate} ile yeni ölçümleri birleştirerek günceller.

Şekil 2’de gösterildiği gibi ilk değerden başlayarak tahmin yapılır. Geçmiş bilgilerden elde edilen covaryans (ortak yakınsama) değişkeni ile birleştirilir. Filtre ağırlıkları hesaplanırken bu tahmin ile ilk ölçüm vektörünü en iyi güncellenmiş yeni tahmini elde etmek için kullanır. Eğer ölçümün gürültü kovaryansı, yapılan tahminden daha küçük ise, ölçümün ağırlığı daha yüksek alınır. Değilse daha küçük alınır.

2. Uygulamalı Basit Bir Örnek

Varsayma dayanan {hypothetical} bir örnek kavramların daha iyi anlaşılmasına yardım edecektir. Bir Ohmetreden ölçümler yaptığımızı varsayalım. Okunan direnç değerlerinin nominal değeri 100 ohm olsun. Okunan değerlerin Kalman filtresi ile bu değerleri verip vermeyeceğini belirleyelim.

İlk olarak durum ve ölçümlerin, yaklaşık bir istatistiksel modelleri belirlenmelidir. Böylece Kalman filtresi uygun Kalman ağırlıklarını

(kazançlarını-{gains}) hesaplayabilecek. Burada sadece bir durum değişkeni vardır. Oda dirençtir. Formüllerde x ile gösterilmektedir. Bu değer bilinmemektedir fakat sabit olduğu kabul edilmektedir. Böylece durum işlemi zamanla şu şekilde formülize edilir.

$$X_{k+1}=x_k \quad [1]$$

Bu örnekte hiç bir rastgele gürültü durum işlemini zamana bağlı olarak bozmamaktadır. 100 Ohm luk direncin belirsizliliği (değişimi{variance}) $(2 \text{ Ohm})^2$ olsun. Böylece bizim en iyi x tahminimiz (hiç bir ölçüm yapılmadan)

$$X_{0/0}=100 \text{ dir.}$$

Belirsizlik/değişim ise;

$$P_{0/0}=4 \text{ dir.}$$

Ohm metreden ölçümler tekrar edilirse;

$$z_k = x_k + v_k \quad (1)$$

formülü içerisinde gürültü değerleride olacak şekilde direnç değerlerini verecektir. Burada v_k ölçüm hatalarıdır. Ohm metre üreticisi ölçüm hata belirsizliğini {measurement noise uncertainty}

$$R_k = (1 \text{ Ohm})^2$$

olarak vermiş olsun. Bunların ortalaması sıfır değerini verir.

Kalman filtresine başlayalım. Bütün adımlar ve formüller Tablo 1’de aşamalı olarak verilmiştir.

Tablo 1. Örnek uygulamanın Kalman işlemlerinin Tablo halinde gösterilmesi.

Giriş Değerleri	$R=1$ Ölçümün Standart Sapması yada Çevredeki standart Gürültü. Bir başka ifadeyle de Ölçüm gürültüsünün belirsizlik miktarı {Standart deviation of measurement/noise in the environment/measurement noise uncertainty}		
	k (zaman /evre /durum)	0	1
	Z_k Ölçüm Değeri	101,7	101,9
	X_k Tahmin değeri	100 (başlangıç tahmini)	101,36
	P_k Hata kovaryansı	4	0,8
Zaman Güncelleme	X_{k-1} Önceki Tahmin Değeri	$X_{k-1} = X_k = 100$	101,36
	P_{k-1} Önceki Hata Kovaryans Değeri	$P_{k-1} = P_k = 4$	0,8
Ölçüm Güncelleme	K_k Kalman Kazancı	$K_k = \frac{P_{k-1}}{(P_{k-1} + R)}$ = $\frac{4}{(4+1)}$ = $0,8$	= $0,8/(0,8+1)$ = $0,44$
	X_k Yeni Bulunan Tahmin Değeri	$X_k = K_k \cdot Z_k + (1-K_k) \cdot X_{k-1}$ = $0,8 \cdot 101,7 + (1-0,8) \cdot 100$ $X_k = 101,36$	= $0,44 \cdot 101,9 + (1-0,44) \cdot 101,36$ $X_k = 101,59$
	P_k Yeni Hesaplanan Hata Kovaryans Değeri	$P_k = (1-K_k)P_{k-1}$ = $(1-0,8) \cdot 4$ $P_k = 0,8$	= $(1-0,44) \cdot 0,8$ $P_k = 0,448$

Tablo 1 deki işlemler $k=\{0,1,2,... 15\}$ durumları Excel programı kullanılarak hesaplanırsa Şekil ?? deki grafik elde edilir. Excel programı içerisine Visual Basic Makro programı yazılarak bu işlemler tekrarlı olarak kolayca yapılır.

Buton içerisine yazılan kodlar şu şekildedir.

Sub Dügme1_Tıklat ()

```
'Tanımlamalar
Dim k Zaman As Integer
Dim Zk_OlcumDeğeri As Double
Dim Xk_TahminDeğeri As Double
Dim Pk_HataKovaryansi As Double
Dim Xk_1_OncekiTahminDeğeri As Double
Dim Pk_1_OncekiHataKovaryansi As Double
Dim R_OlcumStandartSapmasi As Double
```

```
Dim Kk_KalmanKazanci As Double
```

```
'İlk Değerler
```

```
R_OlcumStandartSapmasi = 1
```

```
Xk_TahminDegeri = 100
```

```
Pk_HataKovaryansi = 4
```

```
For k_Zaman = 0 To 15
```

```
    Zk_OlcumDegeri =
```

```
Worksheets("Sayfal").Cells(k_Zaman + 2, 2)
```

```
'Hücresinin içindeki ölçüm değerlerini
```

```
alıyor.Cells(Satır, Sütün) şeklindedir.
```

```
    Xk_1_OncekiTahminDegeri =
```

```
Xk_TahminDegeri
```

```
    Pk_1_OncekiHataKovaryansi =
```

```
Pk_HataKovaryansi
```

```
    Kk_KalmanKazanci =
```

```
Pk_1_OncekiHataKovaryansi /
```

```
(Pk_1_OncekiHataKovaryansi +
```

```
R_OlcumStandartSapmasi)
```

```
    Xk_TahminDegeri = Kk_KalmanKazanci *
```

```
Zk_OlcumDegeri + (1 - Kk_KalmanKazanci) *
```

```
Xk_1_OncekiTahminDegeri
```

```
    Pk_HataKovaryansi = (1 -
```

```
Kk_KalmanKazanci) *
```

```
Pk_1_OncekiHataKovaryansi
```

```
Worksheets("Sayfal").Cells(k_Zaman + 2, 3)
```

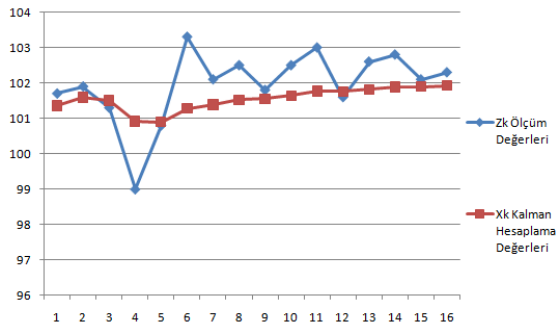
```
= Round(Xk_TahminDegeri, 2)
```

```
Next k_Zaman
```

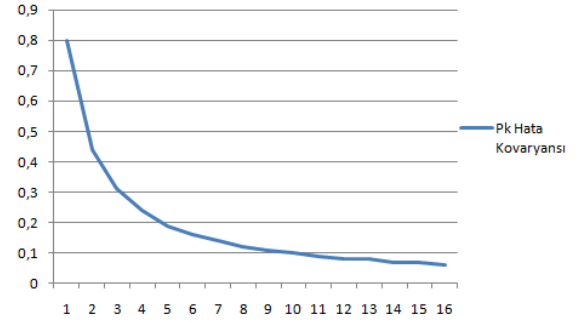
```
End Sub
```

	A	B	C	D
1	k (Zaman)	Z _k (Ölçüm)	X _k (Kalman Hesabı)	P _k (Hata Kovaryansı)
2	0	101,7	101,36	0,8
3	1	101,9	101,6	0,44
4	2	101,3	101,51	0,31
5	3	99	100,92	0,24
6	4	100,8	100,9	0,19
7	5	103,3	101,28	0,16
8	6	102,1	101,39	0,14
9	7	102,5	101,53	0,12
10	8	101,8	101,56	0,11
11	9	102,5	101,65	0,1
12	10	103	101,77	0,09
13	11	101,6	101,76	0,08
14	12	102,6	101,82	0,08
15	13	102,8	101,89	0,07
16	14	102,1	101,9	0,07
17	15	102,3	101,93	0,06
18				
19	KALMAN HESABINI YAP			

Şekil 3. Kalman Filtresi hesabı için Excel programında kullanılan Z_k Ölçüm değerleri, Hesaplanan X_k Kalman tahmin değerleri ve P_k Hata kovaryans değerlerinin tablo halinde gösterimi.



Şekil 4. Kalman filtresi kullanılarak Ölçüm değerlerinin yapılan tahmin hesabında elde edilen sonuçlar. Kalman filtresinin ölçümler için yaptığı tahminler 102 ohm luk değere yavaş yavaş yakınsamaktadır.



Şekil 5. Kalman filtresi hesaplama yaparken gittikçe hata kovaryansını (değişkeni) azaltmaktadır. Başlangıçta direnç değerlerindeki belirsizlik (değişim){uncertainty-variance} 4 ohm² alınmıştır. Bu değer üreticinin tarafından sağlanan tolerans değeridir. Ancak 6 ölçümden sonra tahmindeki değişim 0.2 ohm² gibi bir değere düşmektedir.

4. GPS/INS Entegrasyonu

Biz Kalman filtresinin basit bir algoritma sağladığını görebiliyoruz. optimum performans için gürültülerle de ortak çalışmaktadır. Bu gerçek onun geniş ve hayranlık duyularak eylemsizlik destekli uygulamalarda kullanımını sağlamaktadır.

GPS in, eylemsizlik yön bulma sistemleri (INS-inertial navigation system) ve Kalman filtre ile birleşmesi, gelişmiş genel bir yön bulma performansı sağlamaktadır. Esasen, INS sistemleri zamanla yavaşça kayan görsel gürültüsüz çıktı sağlamaktadır. GPS çok küçük kaymaya sahiptir fakat çok fazla gürültü vardır. Kalman filtresi, her iki sistemin istatistiksel modelini kullanmaktadır. Kalman filtresi onların farklı hata özelliklerini, onların zararlı özelliklerini minimize etmek için avantaja dönüştürebilmektedir.

Kalman filtresi bir lineer algoritmadır. Ve ölçümleri üreten işlemin aynı zamanda lineer olduğunu varsayar. Çünkü çoğu sistem ve proses (buna GPS ve INS de dahil) nonlineerdir.

GPS hatalarına alıcı saat hataları, kullanımdaki seçim hataları, iyonosfer ve troposfer atmosferde oluşan hatlar, çok yollu hatalar, ve uydu ölçüm hataları ve saat hataları dahildir. Ekipmanların kalitesi ve uygulama gereksinimleri hata modellerinin ne kadar kapsamlı olacağını belirleyecektir.

Açık-döngü düzeltme yaklaşımı {open-loop correction approach} şekil 6 da lieerleştirilmiş Kalman filtresi olarak ifade edilmiştir.

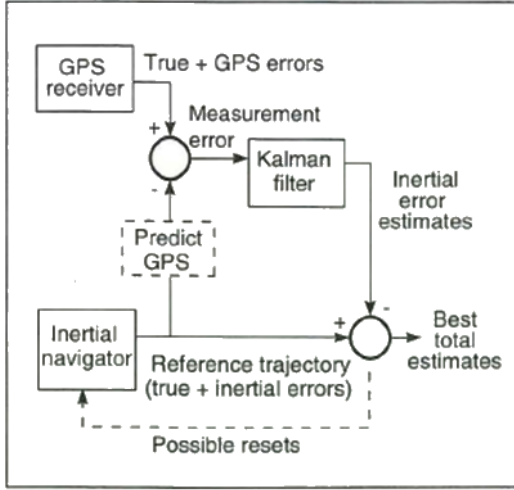


Figure 6. Birleşik GPS alıcısı ve eylemsizlik navigatörü genel navigasyon performansını geliştirmek için Kalman filtresi kullanıyor

4. Kaynaklar

1. L.J., Levy, "The Kalman Filter: Navigation's Integration Workhorse", GPS World, 65-71, September 1997.

The Author



Ibrahim Cayiroglu is an insructor in Mechatronic Engineering at Karabuk University, Turkey. He received his B.Sc. in Mechanical Engineering from Istanbul Technical University in 1991. He received his M.Sc. and Ph.D. in Computer Aided Design and Manufacturing from Kirikkale University, in 1996 and 2002, respectively. His research interests include CAD-CAM, Software and Mechatronic Systems.