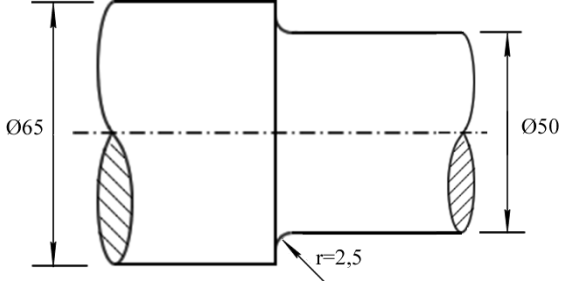


MAKİNE ELEMANLARI - (2.Hafta)

SÜREKLİ MUKAVEMET DİYAĞRAMLARI PROBLEMLERİ

ÖRNEK 1

Şekildeki gibi Fe50 malzemeden yapılmış faturalı mil ince talaş alınarak işlenmiştir. Aşağıdaki zorlanma durumuna göre sürekli mukavemet açısından emniyet durumunu inceleyiniz.



Zorlanma durumu:

- Statik olarak $\bar{F}_\zeta = 10000$ N luk çeki yükü
- Statik ve dinamik bir arada $\widetilde{M}_b = 300 \pm 100$ Nm lik burulma momenti
- $\widetilde{M}_e = 300$ Nm lik değişken eğilme momenti etkimemektedir.

Çözüm:

Çözümü adımlar halinde uygulayalım.

- Tehlikeli kesiti tesbit et:** Burada tehlikeli kesit bellidir. Faturanın (çap değişiminin olduğu yer) olduğu yer hem küçük çap olması hemde kavşak noktası olması nedeniyle gerilmenin en çok birikeceği yerdir ve tehlikeli kesit burasıdır. Kırılacak olursa buradan kırılır. Tehlikeli olabilecek kesit bir kaçtane olsaydı herbiri için hesapları ayrı ayrı yapacaktık.
- Tehlikeli kesitlere gelen kuvvet ve momentleri hesapla:** Burada tehlikeli kesit bellidir. Buraya gelen kuvvet ve momentler soruda hazır olarak verilmiştir. Dolayısı ile bu madde için herhangi bir işlem yapmamıza gerek yoktur.
- Tehlikeli kesitlerde oluşan basit gerilmeleri hesapla, bunlardan hangisi kiritik zorlanma tipidir tespit et:** Sürekli mukavemet diyağramını hangi kesite göre çizeceğimizi tespit etmek için tehlikeli kesitte en büyük etkiyi yapan Çekme, Eğilme, Burulma gerilmelerinden hangisi olduğunu tespit etmeliyiz. Bunun için tehlikeli kesitte oluşan Basit Gerilmeleri statik ve dinamik ayrımı yaparak belirleyelim.

En yüksek etkiyi yapan gerilmeyi bulalım.

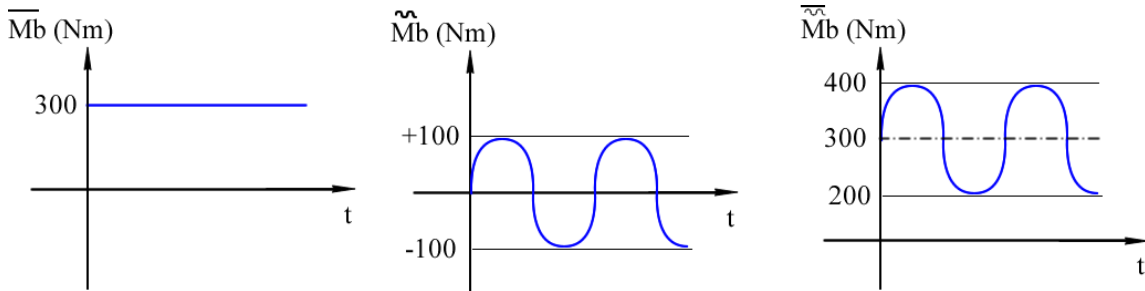
- $\bar{F}_\zeta = 10000$ N luk yük statik çekme gerilmesi oluşturur.

$$\bar{\sigma}_\zeta = \frac{\bar{F}_\zeta}{A} = \frac{10000 \text{ N}}{\frac{\pi 50^2}{4} \text{ mm}^2} = 5,09 \text{ N/mm}^2 (\text{MPa})$$

- $\widetilde{M}_e = 300$ Nm dinamik eğilme momenti, dinamik eğilme gerilmesi oluşturur.

$$\bar{\sigma}_e = \frac{\widetilde{M}_e}{W_e} = \frac{300 \cdot 10^3 \text{ N}}{\frac{\pi 50^3}{32} \text{ mm}^2} = 24,44 \text{ N/mm}^2$$

- $\widetilde{M}_b = 300 \pm 100$ Nm lik burulma momenti içinde hem statik hemde dinamik zorlanma vardır. Grafik olarak gösterirsek;



Buna göre statik ve dinamik burulma gerilmelerini ayrı ayrı hesaplayalım.

- Statik Burulma Gerilmesi:

$$\bar{\tau}_b = \frac{\bar{M}_b}{W_b} = \frac{300 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{\frac{\pi 50^3}{16} \text{ mm}^2} = 12,22 \text{ N/mm}^2$$

- Dinamik Burulma Gerilmesi:

$$\tilde{\tau}_b = \frac{\tilde{M}_b}{W_b} = \frac{100 \cdot 10^3 \text{ Nmm}}{\frac{\pi 50^3}{16} \text{ mm}^2} = 4,07 \text{ N/mm}^2$$

Buna göre en yüksek gerilmeyi oluşturan zorlanma türü Eğilmedir. Böylece sürekli mukavemet diyagramını Eğilmeye göre çizmeliyiz.

4. **Eşdeğer Gerilmeleri hesapla:** Buraya kadar parça üzerindeki kuvvetleri-momentleri (soruda hazır verildi) ve bunların oluşturduğu Basit Gerilmeleri tespit ettik. Basit gerilmelerin bir kaç tanesi bir parça üzerinde aynı anda bulunursa hepsinin yerine geçen Eşdeğer Gerilmeyi bulup, hesaplamaları ona göre yapmalıyız. Bu amaçla parça üzerinde bulunan birçok gerilmenin etkisini tek bir gerilme ile gösteren ve teorik olarak hesaplanan (parça üzerinde gerçekte böyle bir gerilme yoktur) Eşdeğer Gerilmeyi hesaplayalım. Eşdeğer gerilmeler Statik ve Dinamik olarak birbirinden bağımsız olarak hesaplanır.

Daha önceki maddede en kritik gerilmenin hangisi olduğunu bulmak için Çekme, Eğilme ve Burulma basit gerilmelerini hesaplamıştık. Sürekli mukavemet diyagramları Çekme, Eğilme, Burulmadan birisi için çizilir.

Parçamızda ise çok farklı yüklemeler olabilir. Bunların hepsinin etkisini Eşdeğer Gerilme kavramı ile (Kırılma hipotezleri kullanılarak) tek bir gerilmeye düşürmüş oluyoruz. Daha önceden bulduğumuz Basit Gerilme değerleri şu şekilde idi.

$$\bar{\sigma}_\zeta = 5,09 \text{ N/mm}^2, \bar{\sigma}_e = 24,44 \text{ N/mm}^2, \bar{\tau}_b = 12,22 \text{ N/mm}^2, \tilde{\tau}_b = 4,07 \text{ N/mm}^2$$

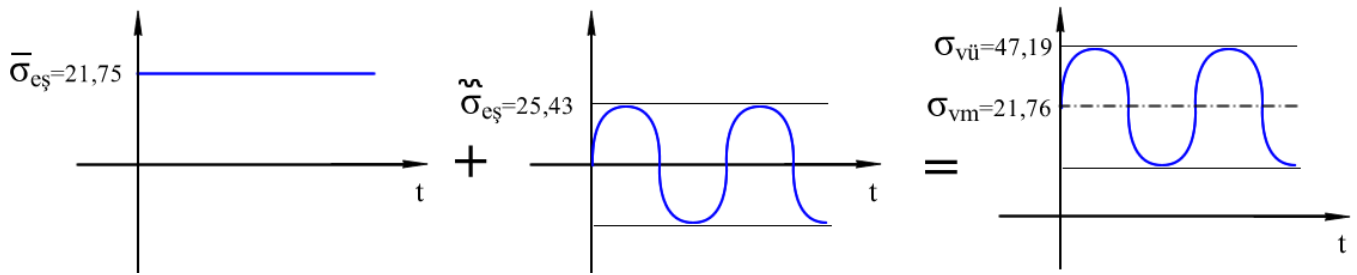
- Statik Eşdeğer Gerilmeyi hesaplayalım.

$$\bar{\sigma}_{e\zeta} = \sqrt{(\bar{\sigma}_\zeta + \bar{\sigma}_e)^2 + 3 \bar{\tau}_b^2} = \sqrt{(5,09 + 0)^2 + 3 (12,22)^2} = 21,76 \text{ N/mm}^2$$

- Dinamik Eşdeğer Gerilmeyi hesaplayalım.

$$\tilde{\sigma}_{e\zeta} = \sqrt{(\tilde{\sigma}_\zeta + \tilde{\sigma}_e)^2 + 3 \tilde{\tau}_b^2} = \sqrt{(0 + 24,44)^2 + 3 (4,07)^2} = 25,43 \text{ N/mm}^2$$

5. **Mukayese Gerilmelerini hesapla:** Burada statik ve dinamik olmak üzere iki tane eşdeğer gerilme çıktı. Bu iki gerilmeyi diyagramda kullanamayız. Diyagram için Mukayese Gerilmesine (σ_v) ihtiyaç vardır. Statik ve dinamik grafikler birleştirildiği zaman grafiğin çıktığı en üst noktaya Üst Mukayese Gerilmesi ($\sigma_{v\bar{u}}$) diyeceğiz. Grafiğin ortalama değerine ise Ortalama Mukayese Gerilmesi (σ_{vm}) diyeceğiz.



Üst Mukayese Gerilmesi:

$$\sigma_{v\bar{u}} = \bar{\sigma}_{e\zeta} + \tilde{\sigma}_{e\zeta} = 21,76 + 25,43 = 47,19 \text{ N/mm}^2$$

Ortalama Mukayese Gerilmesi:

$$\sigma_{vm} = \bar{\sigma}_{e\zeta} = 21,76 \text{ N/mm}^2$$

Bu iki değer kullanılarak diyagram üzerinde mukayese çizgisi çizilebilir. Mukayese çizgisinin yatayla yaptığı açı Tan α olacaktır. Bunu tespit edelim.

$$\tan \alpha = \frac{\sigma_{v\bar{u}}}{\sigma_{vm}} = \frac{47,19}{21,76} = 2,168 \Rightarrow \alpha = 65,24^\circ$$

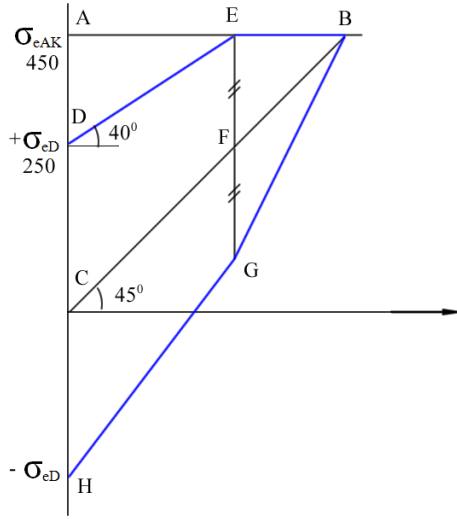
Bu açı kullanılarak mukayese çizgisi Sürekli Mukavemet Diyagramı üzerinde çizilir ve emniyet durumu ondan sonra okunur..

6. **Sürekli Mukavemet Diyağramını yaklaşık çiz (1. Diyağram):** Buraya kadar malzeme üzerinde oluşan gerilmeleri bulduk. Dinamik gerilmeler bulunması durumunda tasarımın emniyetli olup olmadığını ancak sürekli mukavemet diyağramları ile tesbit edebiliriz. Eğer malzemenin ilgili zorlanma türü için hazır sürekli mukavemet diyağramı varsa onu kullanabiliriz. Fakat hazır diyağram yoksa o zaman bu diyağramı kendimiz yaklaşık olarak çizmeliyiz. Bunun için hangi zorlanma türü kiritik ise ona ait Akma Gerilmesi ve Tam Değişken Sürekli Mukavemet Gerilmesini bilmemiz yeterlidir.

Tablo 1’den St50 için Eğilme için Akma gerilmesini (σ_{AK}) ve Tam Değişken Sürekli Mukavemet Gerilmesini (σ_D) okuyalım.

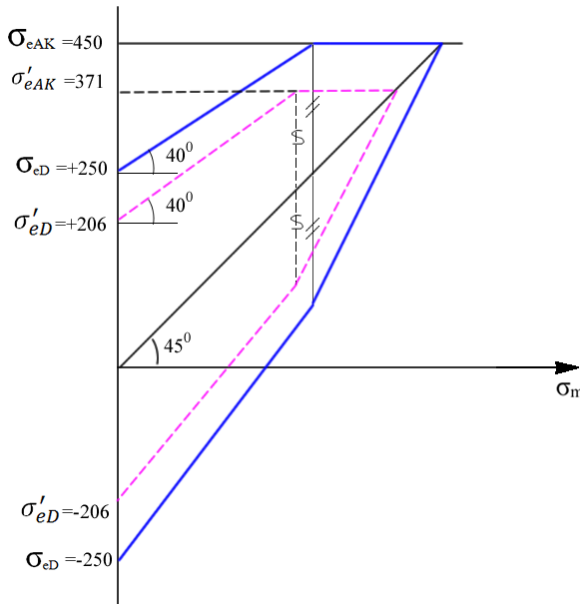
St50 için $\sigma_{eAK} = 450 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_{eD} = 250 \text{ N/mm}^2$

Bu iki değeri kullanarak mukavemet azaltıcı etkileri göz önüne almadan grafiği çizelim.



- $\sigma_{eAK} = 450 \text{ N/mm}^2$ (MPa) işaretlenir ve akma yatay çizgisi çizilir (AB).
- Ortalama gerilmeleri gösteren 45° lik eğik çizgi çizilir (BC)
- $\sigma_{eD} = 250 \text{ N/mm}^2$ lik Eğilme Tam Değişken Gerilmesi pozitif (D) ve negatif (H) olmak üzere işaretlenir. Pozitif değerden 40° derece açı ile eğik çizgi çizilir (DE).
- E noktasından dikey olarak inilen çizgi (EF) ortalama gerilme çizgisinden sonra bir o kadar daha aşağıya doğru çizilir (FG).
- Daha sonra bu noktadan B ve H noktalarına diğer çizgiler çizilir.

7. **Sürekli Mukavemet Diyağramını, b_0 (Çap düzeltme katsayısı) katsayısını kullanarak küçült (2.Diyağram):** Sürekli mukavemet diyağramını Çap düzeltme katsayısını (b_0) kullanarak bir kademe daha küçültelim. b_0 (Çap düzeltme katsayısı): Tablo 2 kullanılarak interpolasyonla (aradeğeri bulmak için orantı ile) $b_0 = 0,825$ değeri alınır.



$$\sigma'_{eAK} = b_0 \cdot \sigma_{AK} = 0,825 \times 450 = 371 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma'_{eD} = b_0 \cdot \sigma_D = 0,825 \times 250 = 206 \text{ N/mm}^2$$

8. **Sürekli Mukavemet Diyağramını, b_0 (Çap düzeltme katsayısı), b_1 (Yüzey düzgünlük katsayısı), β_k (Çentik katsayısı) katsayılarını kullanarak küçült (3.Diyağram):** Küçültülmüş yeni grafiği çizebilmek için b_0 (Çap düzeltme katsayısı=Parça büyüklüğü etkisi), b_1 (Yüzey düzgünlük katsayısı), β_k (Çentik katsayısı) değerleri hesaplanıp Eğilme için Şekil Eğilme Akma Gerilmesi (σ_{seAK}) ve Şekil Eğilme Tam Değişken Sürekli Mukavemet Gerilmesi (σ_{seD}) değerleri hesaplanır. Bu değerler bulunduktan sonra grafik yeniden çizilir.

$$\sigma_{\text{seAK}} = \frac{b_0 \cdot b_1}{\beta_k} \sigma_{AK} \quad \sigma_{\text{seD}} = \frac{b_0 \cdot b_1}{\beta_k} \sigma_D$$

- a) b_0 (Çap düzeltme katsayısı): Tablo 2 kullanılarak interpolasyonla (aradeğeri bulmak için orantı kullanımı) $b_0 = 0,825$ değeri alınır.
- b) b_1 (Yüzey düzgünlük katsayısı): Bu katsayı Tablo 3'den alınır. Tablo 3 kullanabilmek için ise σ_{ck} (çekme kopma gerilmesi) gerekir. Bu değerde Tablo 1'den okunur. Tablo 1'den St50 çelik için $\sigma_{\text{ck}} = 500 \text{ N/mm}^2$ alınır. Bu değer ve soruda verilen "ince talaş alınarak işleme" bilgisi kullanılarak Tablo 3'den $b_1 = 0,91$ alınır.
- c) β_k (Çentik katsayısı): Bu değeri hesaplayabilmek için aşağıdaki formül kullanılır.

$$\beta_k = q (K_t - 1) + 1$$

Bu formüldeki K_t (Teorik Gerilme Yığılması) katsayısı Tablo 5 ve 6'nın birinden okunur. Buna göre bu tabloları kullanmak için $r/d = 2,5/50 = 0,05$ ve $D/d = 65/50 = 1,3$ değerleri kullanılarak interpolasyonla ara değeri okuyarak $K_t = 1,89$ bulunur.

Aynı formüldeki q (Çentik Hassasiyeti) Katsayısı için Tablo 4 kullanılır. Bu tablo için $\sigma_{\text{ck}} = 500 \text{ N/mm}^2$ ve $r = 2,5 \text{ mm}$ değerleri kullanılarak interpolasyonla $q = 0,765$ değeri bulunur. Bulunan katsayılar formüle yerine yazılırsa, Çentik Katsayısı

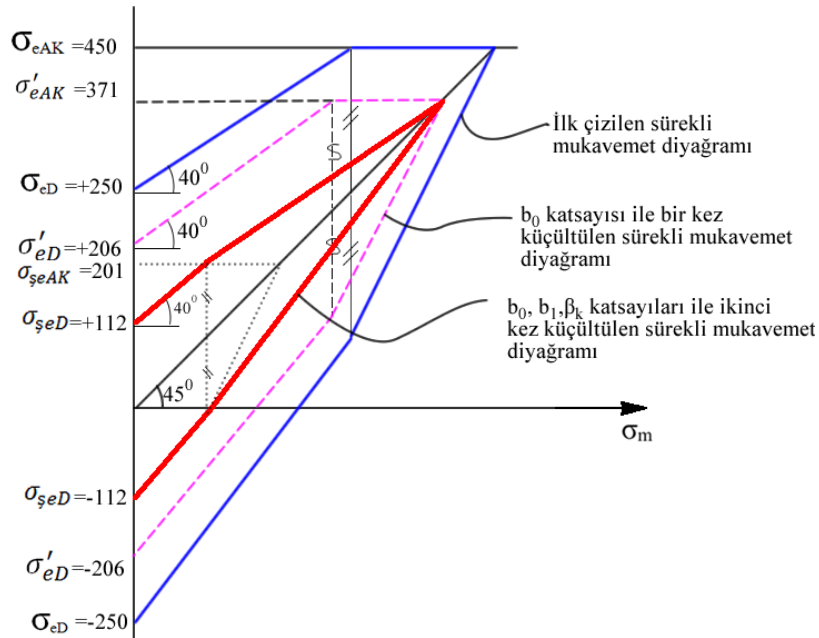
$$\beta_k = q (K_t - 1) + 1 = 0,765 (1,89 - 1) + 1 = 1,68 \text{ bulunur.}$$

Bulunan bu katsayılar Akma Gerilmesi ve Tam Değişken Sürekli Mukavemet Gerilmelerini küçültmek için kullandığımız formüllerde yerine yazılırsa;

$$\sigma_{\text{seAK}} = \frac{b_0 \cdot b_1}{\beta_k} \sigma_{AK} = \frac{0,825 \cdot 0,91}{1,68} 450 = 201 \text{ N/mm}^2$$

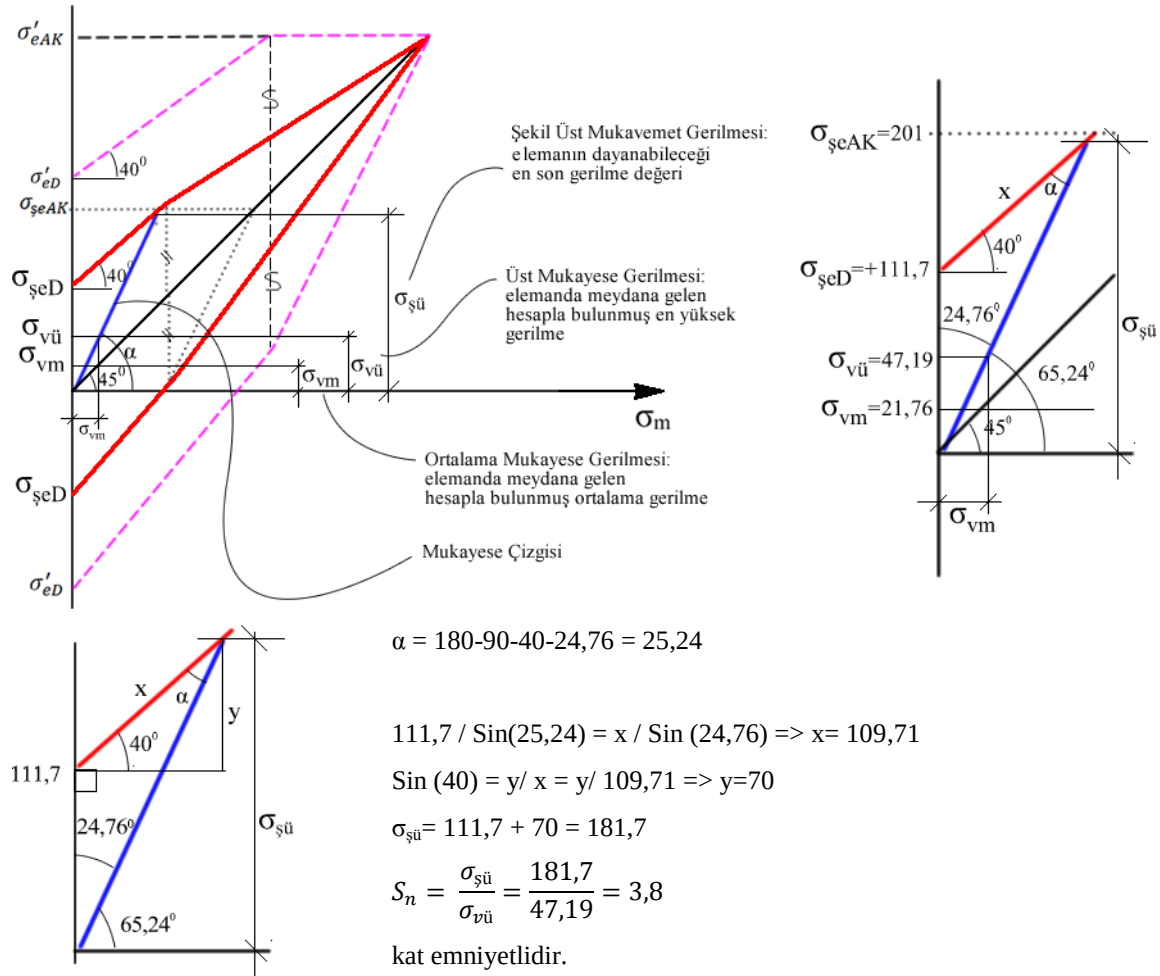
$$\sigma_{\text{seD}} = \frac{b_0 \cdot b_1}{\beta_k} \sigma_D = \frac{0,825 \cdot 0,91}{1,68} 250 = 112 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

σ_{seAK} ve σ_{seD} değerlerini kullanarak Şekil Eğilme Sürekli Mukavemet Diyagramını (iki kez küçültülmüş diyagram) çizelim. Üçüncü kez çizilen bu diyagramda önceki çizimlerden farklı olarak diyagramın ucundaki okun ucu 2. Diyagramın ucuna bağlanır.



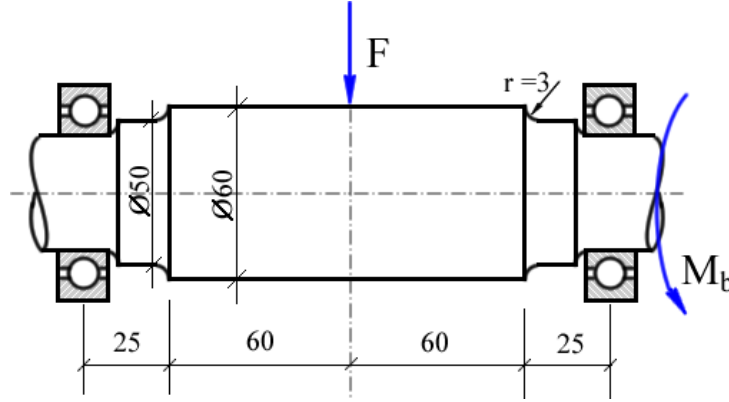
9. **Elemanın Emniyet Katsayısını hesapla:** Mukavemet azaltıcı etkenlerde göz önüne alındıktan sonra, parçamızda meydana gelen Ortalama Mukayese Gerilmesi (σ_{vm}) ve Üst Mukayese Gerilmesinin ($\sigma_{vü}$) grafiğin sınırları içinde (kırmızı çizgi) kalmalıdır. Parçamız bu bölgede çalıştığı sürece güvenli demektir. Ne kadar güvenli olduğunu Mukayese Çizgisi (mavi çizgi) belirler. Bu çizginin Sürekli Mukavemet Diyagramını (kırmızı çizgi) kestiği nokta gerilmelerin çıkabileceği üst sınırı gösterir. Bu noktaya Şekil Üst Mukavemet Değeri ($\sigma_{\text{şü}}$) denir. Malzemenin çıkabileceği en son sınır ($\sigma_{\text{şü}}$) ile malzemede oluşan en büyük gerilmenin ($\sigma_{vü}$) oranı sürekli mukavemet için Emniyet Katsayısını (S_n) verir.

Diyağramda geometrik değerler kullanılarak ($\sigma_{\text{şü}}$) değerini, yani mavi çizginin kırmızı çizgiyi kestiği noktayı bulalım



ÖRNEK 2

Aşağıda şekli verilen kasnak milinin ortasına $F=8000$ N luk kuvvet etki etmektedir. Mili döndürmek için motordan gelen moment $M_b=75000$ Nmm dir. Mil malzemesi St42 (Fe42) olup, tornada işlendikten sonra taşlanacaktır. Buna göre milin emniyetini sürekli mukavemet açısından kontrol ediniz.

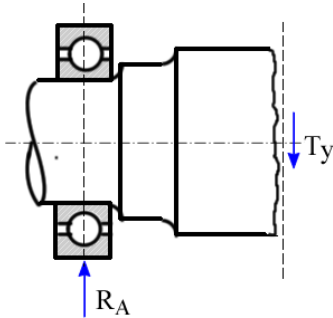
**Çözüm:**

Çözümü maddeler halinde açıklayalım.

- Tehlikeli Kesitleri Tespit Et:** Malzeme üzerinde bir çok tehlikeli kesit bulunabilir. Eğer problemin başında tehlikeli kesit açık olarak görülebiliyorsa direk hesaplamaları oraya göre yapabiliriz. Şayet tehlikeli kesit/kesitler tam belli değilse her biri için ayrı hesap yapmamız gerekir. İşlemlerin sonunda hangisinin daha tehlikeli olduğu Güvenlik Katsayısından (S_n) anlaşılacaktır. Burada 25 mm lik kısımda çap değişiminin olduğu yer ile (buraya I bölge diyelim) milin tam orta noktası (buraya II bölge diyelim) tehlikeli olarak görülmektedir. Hangisinin daha tehlikeli olduğu ilk bakışta anlaşılarmamaktadır (yani kırılma ilk olarak nereden başlar).
- Tehlikeli Kesitlere Gelen Kuvvet ve Momentleri Hesapla:** Parçanın tehlikeli kesitlerinde oluşan gerilmeleri bulabilmemiz için oralara gelen kuvvet ve momentleri bilmeliyiz.

Burada ortadaki F kuvveti parçayı hem Kesmeye çalışacaktır hemde Eğmeye çalışacaktır. M_b burulma momenti ise sadece Burmaya çalışacaktır. Dolayısı ile parçada üç tane Basit Gerilme olacaktır. Bunlar Kesme, Eğilme ve Burulmadır.

- Kesme kuvveti (T_y):** Kesme kuvveti için A ve B yataklarına gelen Tepki (reaksiyon) kuvvetlerini bulalım. Daha sonra mili herhangi bir noktadan kestiğimizde dıştaki kuvveti dengeleyecek içteki kesme kuvveti aynı büyüklükte ve zıt yönlü olacaktır. Hesaplamasını statikdeki denge şartlarını kullanarak şu şekilde bulabiliriz.



Statik hesapları kullanarak önce R_A ve R_B yi bulalım.

$$\sum \rightarrow F_x = 0 \Rightarrow x \text{ yönünde kuvvet yoktur.}$$

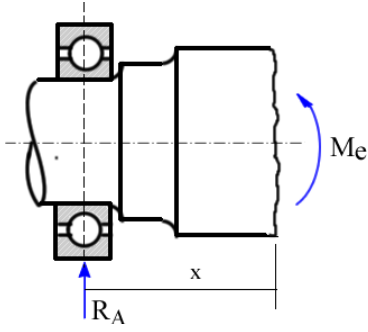
$$\sum \uparrow F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - 8000 \text{ N} = 0 \Rightarrow R_A + R_B = 8000 \text{ N}$$

$$\sum \curvearrowright M_A = 0 \Rightarrow F \cdot 85 - R_B \cdot 170 = 0 \Rightarrow R_B = 8000 \text{ N} \cdot 85 \text{ mm} / 170 \text{ mm} = 4000 \text{ N}$$

olur. R_B yi bir önceki denklemde yerine yazarsak $R_A = 4000 \text{ N}$ buluruz.

Mil boyunca kesmeye çalışan Kesme kuvveti R_A yada R_B ile aynı olup $T_y = 4000$ N olur. Kesme kuvvetini aşağıda diyağramla gösterirsek milin yarısından itibaren $\pm$ zıt yönlü olur.

- Eğilme momenti (M_e):** Mili herhangi bir noktadan keserek kestiğimiz taraftaki eğilme momenti, o tarafta kalan kuvvetlerin mesafeye bağlı olarak oluşturdukları moment olmuş olur. Uçtan itibaren belli uzaklıklar için hesabı şu şekilde olacaktır.



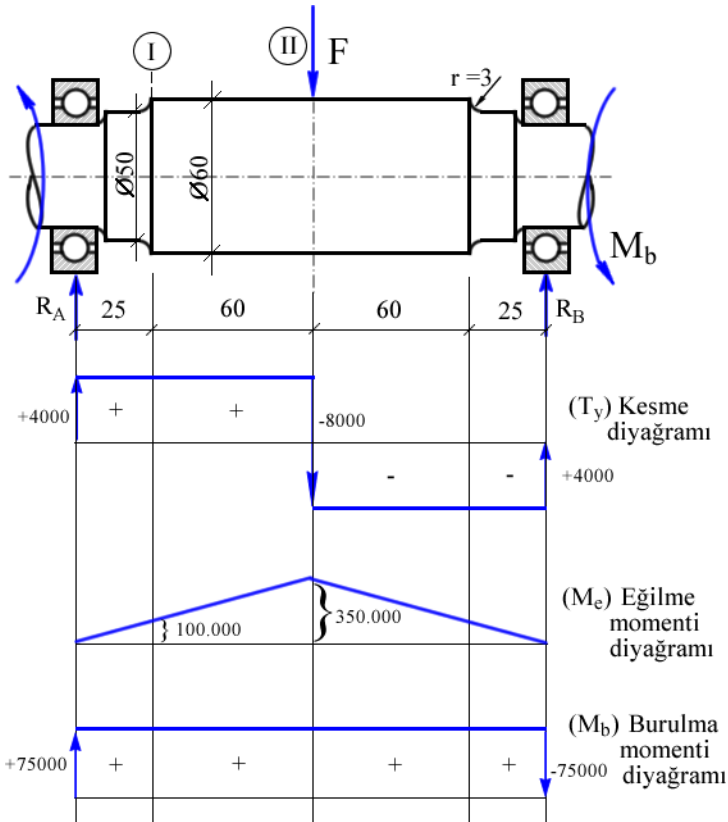
$M_e - R_A \cdot x = 0 \Rightarrow M_e = R_A \cdot x$ olur. Buna göre
 $x = 0$ mm için $M_e = 4000 \text{ N} \cdot 0 \text{ mm} = 0 \text{ Nmm}$

I-Kesiti	II-Kesiti
$x = 25 \text{ mm}$ için $M_e = 4000 \text{ N} \cdot 25 \text{ mm} = 100.000 \text{ Nmm}$ olur.	$x = 85 \text{ mm}$ için $M_e = 4000 \text{ N} \cdot 85 \text{ mm} = 340.000 \text{ Nmm}$

Dikey eksenin sağ tarafında da aynı değerler çıkar fakat yönleri farklıdır. Diyagramı aşağıda gösterilmiştir.

- c) **Burulma momenti (M_b):** Burulmam momenti kesit üzerinde her yerde aynı etkiye sahiptir. Sonuçta milin bir ucundan tahrik edildiğine göre diğer uca kadar aynı burulma momentine sahiptir. Eğer milin üzerinde moment uygulayan yada çeken elemanlar (motor, kasnak, dişli gibi) olsaydı bir uçtan başlayıp bunları sırayla yönlerine göre toplayıp çıkararak burulma momentlerini bulacaktık.

Etki eden Burulma momenti mil üzerinde bir tane olduğu için mil boyunca her kesite aynı etkiyi yapar. Diyagramda düz bir çizgi oluşturur ve değeri $M_b = 75000 \text{ Nmm}$ olur.



3. **Tehlikeli Kesitlerde Oluşan Basit Gerilmeleri Hesapla:** Basit gerilmeleri hesaplarırken aynı zamanda Statik yada Dinamik olup olmadıklarını tespit etmeliyiz. Çünkü bir parçanın ömrünün kılalmasında statik ve dinamik kuvvetlerin etkileri farklıdır. Dinamik kuvvetler $\pm$ şeklinde etki edip, ortalaması sıfır olsada parçanın ömrünün kılalmasında önemli bir etkiye sahiptir. Sürekli mukavemet diyagramları da zaten temelde gerilmelerin ortalama değeri ile genliğini dikkate alarak işlem yapmaktadır. Bir sonraki aşamada Eşdeğer gerilmeleri statik ve dinamik olarak ayrı ayrı hesaplayacağımızdan orada kullanacağımız basit gerilmeleride statik ve dinamik olarak ayrı hesaplayacağız.

- a) **Kesme Gerilmesi (τ_k):** Parçada kesmeyi oluşturan kuvvetler arasında mesafe (T_y ile R_A kuvvetleri) açıldığı zaman bu iki kuvvetin etkisi kesmeden daha çok eğilme şeklinde karşımıza çıkmaktadır. Kesmeyi hesapladığımızda da zaten çok düşük çıkacaktır. Eşdeğer gerilmeleri hesaplarırken kullandığımız Şekil Değiştirme Enerjisi Hipotezi formülünde de (σ_e , σ_s , τ_b) değerleri kullandığımız için kesmeyi eşdeğer gerilmenin yanında ihmal edeceğiz.

I-Kesiti	II-Kesiti
$\bar{\tau}_k = \frac{\bar{T}_y}{A} = \frac{4000 \text{ N}}{\frac{\pi 50^2}{4}} = 2,03 \text{ N/mm}^2$	$\bar{\tau}_k = \frac{\bar{T}_y}{A} = \frac{4000 \text{ N}}{\frac{\pi 60^2}{4}} = 1,414 \text{ N/mm}^2$

- b) **Eğilme Gerilmesi (σ_e):** Milin ortasından uygulanan kuvvet her ne kadar statik olarak uygulansa da, milin dönmesi nedeniyle oluşan gerilme dinamik olmaktadır. Kuvvet uygulanan üst nokta eğilme nedeniyle basıya uğrar, alt nokta ise çekiye maruz kalır. Dolayısı ile yukarıda ve aşağıda zıt işaretli negatif ve pozitif gerilmeler meydana gelir. Mil dönme durumunda olduğu için üstteki nokta aşağıya inecektir, aşağıdaki nokta ise yukarı çıkacaktır. Böylelikle milin üzerindeki her nokta sürekli olarak değişen bir gerilmeye maruz kalacaktır. Milin üzerindeki kuvvet statik olsada ona bağlı olarak belli bir nokta için Eğilme Momenti ve oluşan gerilmeler dinamiktir. Her iki kesit için Eğilme gerilmesini hesaplayalım.

I-Kesiti	II-Kesiti
$\bar{\sigma}_e = \frac{\bar{M}_e}{W_e} = \frac{\bar{M}_e}{\frac{I_x}{r}} = \frac{\bar{M}_e}{\frac{\pi d^4}{64}} = \frac{\bar{M}_e}{\frac{\pi d^3}{32}} = \frac{100.000 \text{ Nmm}}{\frac{\pi 50^3}{32} \text{ mm}^3} = 8,149 \text{ N/mm}^2$	$\bar{\sigma}_e = \frac{340.000}{\frac{\pi 60^3}{32}} = 16,034 \text{ N/mm}^2$

- c) **Burulma Gerilmesi (τ_b):** Motordan gelen döndürme momenti (burulma momenti) hep sabit olarak uygulandığından, milin her noktasında oluşan Burulma momenti statik olarak etki edecektir. Dolayısıyla oluşan Burulma gerilmesi de statik olacaktır.

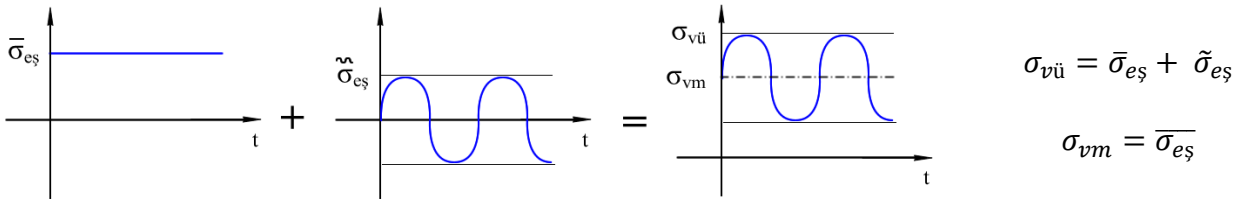
I-Kesiti	II-Kesiti
$\bar{\tau}_b = \frac{\bar{M}_b}{W_b} = \frac{\bar{M}_b}{\frac{I_p}{r}} = \frac{\bar{M}_b}{\frac{I_x + I_y}{r}} = \frac{\bar{M}_b}{\frac{2(\frac{\pi d^4}{64})}{d/2}} = \frac{\bar{M}_b}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{75.000 \text{ Nmm}}{\frac{\pi 50^3}{16} \text{ mm}^3} = 3,056 \text{ N/mm}^2$	$\bar{\tau}_b = \frac{75.000}{\frac{\pi 60^3}{16}} = 1,77 \text{ N/mm}^2$

Gerilmeler incelendiğinde en büyük değerler Eğilme için ortaya çıkmaktadır. Dolayısı ile ileriki aşamalarda kullanmak üzere Kritik Zorlanma türünü Eğilme olarak alacağız.

4. **Eşdeğer Gerilmeleri Hesapla:** Şekil Değiştirme Enerjisi Hipotezi (Von-Mises) kullanılarak mevcut basit gerilmelerin yerine geçecek Eşdeğer gerilmeleri hesaplamalıyız. Statik ve dinamik gerilmelerin etkileri farklı olduğundan, Eşdeğer gerilmeleride buna göre ayrı ayrı hesaplamalıyız. Kritik olan her iki kesit için, hem statik hem dinamik olarak hesaplayalım.

I-Kesiti	II-Kesiti
$\bar{\sigma}_{e\bar{s}} = \sqrt{(\bar{\sigma}_\sigma + \bar{\sigma}_e)^2 + 3(\bar{\tau}_b)^2} = \sqrt{(0 + 0)^2 + 3(3,056)^2} = 5,287 \text{ N/mm}^2$	$\bar{\sigma}_{e\bar{s}} = \sqrt{(\bar{\sigma}_\sigma + \bar{\sigma}_e)^2 + 3(\bar{\tau}_b)^2} = \sqrt{(0 + 0)^2 + 3(1,77)^2} = 3,06 \text{ N/mm}^2$
$\tilde{\sigma}_{e\bar{s}} = \sqrt{(\tilde{\sigma}_\sigma + \tilde{\sigma}_e)^2 + 3(\tilde{\tau}_b)^2} = \sqrt{(0 + 8,149)^2 + 3(0)^2} = 8,149 \text{ N/mm}^2$	$\tilde{\sigma}_{e\bar{s}} = \sqrt{(\tilde{\sigma}_\sigma + \tilde{\sigma}_e)^2 + 3(\tilde{\tau}_b)^2} = \sqrt{(0 + 16,034)^2 + 3(0)^2} = 16,034 \text{ N/mm}^2$

5. **Mukayese Gerilmelerini Hesapla:** Sürekli mukavemet diyagramlarının kullanılabilmesi için eşdeğer gerilme olarak gerilmelerin çıktığı en büyük değer (Üst mukayese gerilmesi- $\sigma_{v\bar{u}}$), ortalama gerilmenin (Ortalama Mukayese Gerilmesi- σ_{vm}) ve bunların oluşturduğu grafik üzerinde çizilen açılı çizginin (Mukayese Çizgisi-Tan α) bilinmesi gerekir. Statik eşdeğer gerilme, ortalama mukayese gerilmesini oluşturur. Statik eşdeğer gerilme ile dinamik eşdeğer gerilmenin toplamı da, üst mukayese gerilmesini oluşturur. Grafiksel olarak bunların durumu aşağıdaki şekilde olacaktır. Ayrıca her iki kesit içinde mukayese gerilmelerini hesaplayalım.



I-Kesiti	II-Kesiti
Üst mukayese gerilmesi $\sigma_{v\bar{u}} = \bar{\sigma}_{e\bar{s}} + \tilde{\sigma}_{e\bar{s}} = 5,287 + 8,149 = 13,44 \text{ N/mm}^2$ Ortalama mukayese gerilmesi $\sigma_{vm} = \bar{\sigma}_{e\bar{s}} = 5,287 \text{ N/mm}^2$	Üst mukayese gerilmesi $\sigma_{v\bar{u}} = \bar{\sigma}_{e\bar{s}} + \tilde{\sigma}_{e\bar{s}} = 3,06 + 16,034 = 19,094 \text{ N/mm}^2$ Ortalama mukayese gerilmesi $\sigma_{vm} = \bar{\sigma}_{e\bar{s}} = 3,06 \text{ N/mm}^2$

$\tan \alpha = \frac{\sigma_{vü}}{\sigma_{vm}} = \frac{13,44}{5,287} = 2,54 \Rightarrow \alpha = 68,5^\circ$	$\tan \alpha = \frac{\sigma_{vü}}{\sigma_{vm}} = \frac{19,094}{3,06} = 6,239 \Rightarrow \alpha = 80,89^\circ$
--	--

6. **Sürekli Mukavemet Diyağramını yaklaşık çiz (1. Diyağram):** Malzemedeki kritik bölgeleri ve bu kritik bölgelerde oluşan en büyük gerilmeleri ve ortalama gerilmeleri (mukayese gerilmeleri) bulduk. Fakat bu gerilmelerin ne kadar emniyetli olduğunu görebilmemiz için statikte olduğu gibi basitçe Akma gerilmesi yada Emniyet gerilmesi ile karşılaştırma yapamayız. Dinamik gerilmelerin bulunduğu parçalarda parçanın ne kadar emniyetli olduğunu sürekli mukavemet diyağramları bize verir.

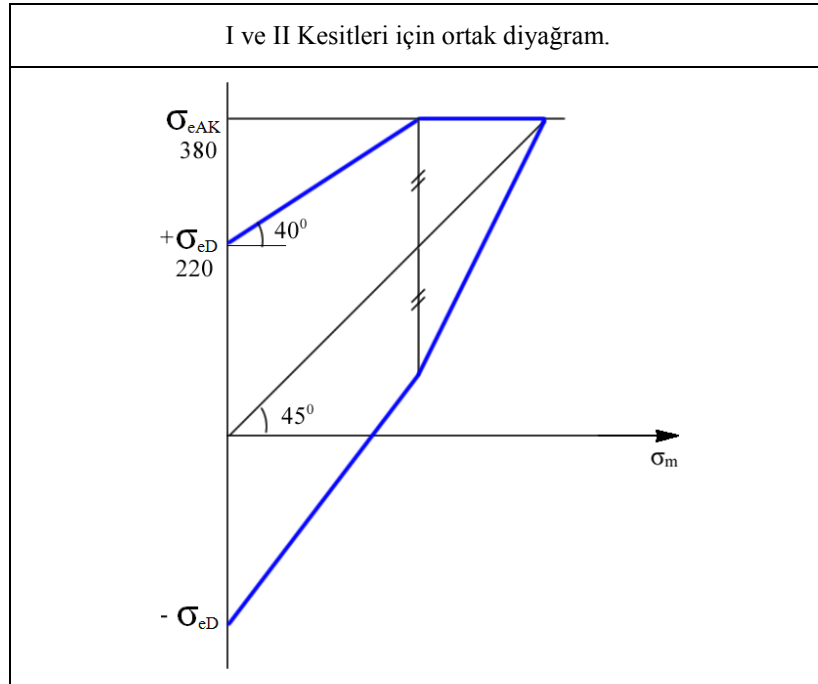
İstenen malzeme için elimizde hazır olarak daha önceden çizilmiş sürekli mukavemet diyağramı yoksa yaklaşık olarak bu diyağramı kendimiz çizmeliyiz. Bunun için malzemenin a) Kritik zorlanma türünü (Çekme, Eğilme, Burulma), b) Bu zorlanma için laboratuvar hesaplanmış Akma gerilmesini (σ_{AK}), c) Bu zorlanma türü ile laboratuvar sürekli mukavemet deneyleri yapılmış ve tam değişken yükleme ($\pm$ yönlü) maruz bırakılırken sonsuz ömrü sağlayan gerilme genliğinin ne olduğunun bilinmesi gerekir. Yani “tam değişken sürekli mukavemet gerilmesi (σ_D)” nin bilinmesi gerekir. Bu değerleri istenen malzeme ve zorlanma türüne bağlı olarak Tablo 1’den okuyabiliriz.

Tablo 1’den Fe 42 Malzeme ve kritik Eğilme zorlanması için (bkz: Madde 3)

$$\sigma_{eAK} = 380 \text{ N/mm}^2$$

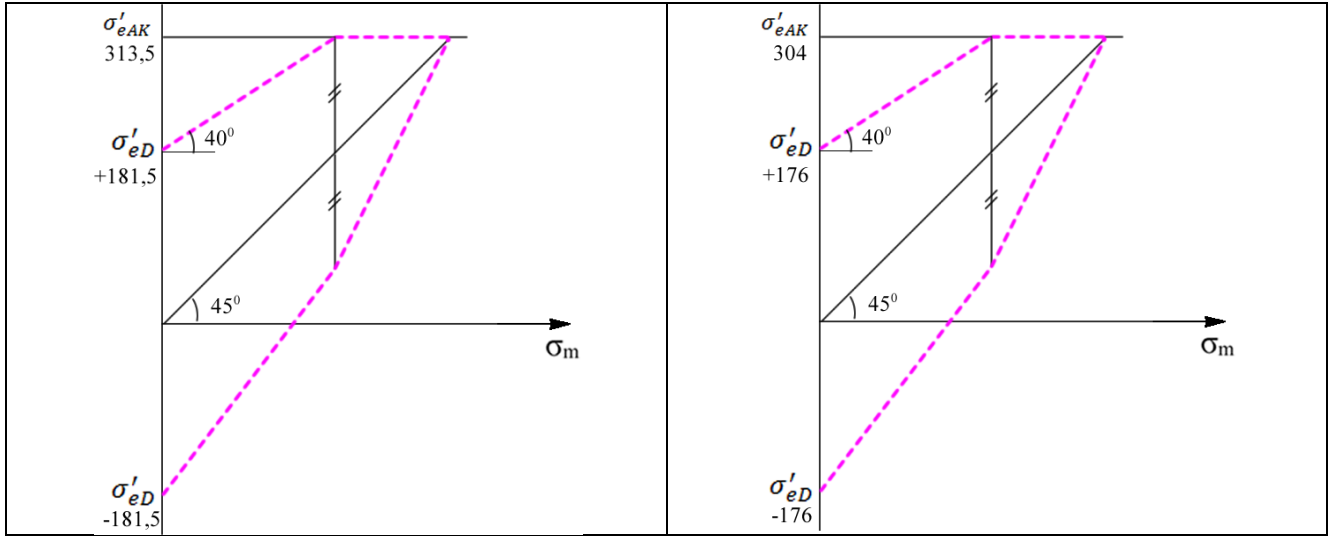
$$\sigma_{eD} = 220 \text{ N/mm}^2$$

Bu değerler kullanılarak çizilen 1. Diyağram sadece malzemeyle ilgili bir diyağram olduğu için her iki kritik kesit için tek bir diyağram çıkacaktır.



7. **Sürekli Mukavemet Diyağramını, b_0 (Çap düzeltme katsayısı) katsayısını kullanarak küçült (2. Diyağram):** Sürekli mukavemet diyağramını Çap düzeltme katsayısı (b_0) kullanarak bir kademe daha küçütelim. b_0 (Çap düzeltme katsayısı) Tablo 2 kullanılarak bulunur. Tabloda direk değerler yok ise interpolasyon alınarak (orantı kurularak) ara değerler alınır. Kritik kesitlerin çapları farklı olduğundan burada karşımıza iki tane diyağram çıkacaktır.

I-Kesiti	II-Kesiti
Çap 50 mm için Tablo 2’den $b_0 = 0,825$ alınır $\sigma'_{eAK} = b_0 \cdot \sigma_{AK} = 0,825 \times 380 = 313,5 \text{ N/mm}^2$ $\sigma'_{eD} = b_0 \cdot \sigma_D = 0,825 \times 220 = 181,5 \text{ N/mm}^2$	Çap 60 mm için Tablo 2’den $b_0 = 0,80$ alınır $\sigma'_{eAK} = b_0 \cdot \sigma_{AK} = 0,80 \times 380 = 304 \text{ N/mm}^2$ $\sigma'_{eD} = b_0 \cdot \sigma_D = 0,80 \times 220 = 176 \text{ N/mm}^2$



8. **Sürekli Mukavemet Diyağramını, b_0 (Çap düzeltme katsayısı), b_1 (Yüzey düzgünlük katsayısı), β_k (Çentik katsayısı) katsayılarını kullanarak küçült (3.Diyağram):** Küçültülmüş yeni grafiği çizebilmek için b_0 (Çap düzeltme katsayısı=Parça büyüklüğü etkisi), b_1 (Yüzey düzgünlük katsayısı), β_k (Çentik katsayısı) değerleri hesaplanıp Eğilme için Şekil Eğilme Akma Gerilmesi (σ_{seAK}) ve Şekil Eğilme Tam Değişken Sürekli Mukavemet Gerilmesi (σ_{seD}) değerleri hesaplanır. Bu değerler bulunduktan sonra grafik yeniden çizilir.

$$\sigma_{seAK} = \frac{b_0 \cdot b_1}{\beta_k} \sigma_{AK} \quad \sigma_{seD} = \frac{b_0 \cdot b_1}{\beta_k} \sigma_D$$

- a) b_0 (Çap düzeltme katsayısı): Tablo 2 kullanılarak interpolasyonla (aradeğeri bulmak için orantı kullanımı) b_0 değerleri kesitlere bağlı olarak şu şekilde alınır.

I-Kesiti (d= 50 mm)	II-Kesiti (D=60 mm)
$b_0 = 0,825$ interpolasyonla alınır.	$b_0 = 0,80$ okunur.

- b) b_1 (Yüzey düzgünlük katsayısı): Bu katsayı Tablo 3'den alınır. Tablo 3 kullanabilmek için ise $\sigma_{çk}$ (çekme kopma gerilmesi) gerekir. Bu değer de Tablo 1'den okunur. Tablo 1'den St 42 (Fe 42) çelik için $\sigma_{çk} = 420 \text{ N/mm}^2$ alınır. Bu değer ve soruda verilen "taşlanarak işleme" bilgisi kullanılarak b_1 katsayısını interpolasyonla bulalım.

$\sigma_{çk}$	400	420	500
Taşlanmış	0,960	$b_1=?$	0,950

$$\frac{(0,950 - 0,960)}{(500 - 400)} = \frac{(b_1 - 0,960)}{(420 - 400)} \Rightarrow b_1 = 0,958$$

Buradan **her iki kesit için $b_1=0,958$** bulunur. Bu değer malzemeye ve yüzey pürüzlülüğüne bağlıdır. Çapa bağlı olmadığı için her iki kesit için de geçerlidir.

- c) β_k (Çentik katsayısı): Bu değeri hesaplayabilmek için aşağıdaki formül kullanılır. Bu formülde q ve K_t değerlerinin tablolardan okunabilmesi için $r=3\text{mm}$, $d= 50 \text{ mm}$, $D= 60 \text{ mm}$ değerlerini kullanacağız. Fakat bu değerler sadece I kesit için geçerlidir. II kesitte çentik oluşturacak bir köşe yoktur. Bu nedenle buranın $\beta_k = 1$ alınır. Değerlerimizi sadece I kesiti için bulalım.

$$\beta_k = q (K_t - 1) + 1$$

Formüldeki q (Çentik Hassasiyeti) Katsayısı için Tablo 4 kullanılır. Bu tablo için $\sigma_{çk} = 420 \text{ N/mm}^2$ ve $r=3 \text{ mm}$ değerleri kullanılarak **her iki kesit için q çentik hassasiyeti katsayısını $q=0,76$** olarak okunur.

Bu formüldeki K_t (Teorik Gerilme Yığılması) katsayısı Tablo 5'den okunur. Milin çentik şekli Tablo 5'deki şekille aynıdır. Buna göre bu tabloyu kullanmak için $r/d=3/50=0,06$ ve $D/d=60/50=1,2$ değerleri kullanılarak interpolasyonla arada bir değer olan K_t yi hesaplayalım. Tablo 5'i kullanabilmek için kritik zorlanma türünü bilmeliyiz. Problemimizde kritik zorlanma eğilmedir (Bkz. Madde 3).

Tablo 5'in bir bölümünü gösteren aşağıdaki tabloda aradığımız değer K_t değeridir. Bu değeri bulabilmek için A ve B değerlerini önce iki tane interpolasyonla bulmalıyız. Daha sonra A ve B arasında interpolasyon yaparak K_t değerini bulmalıyız.

r/d	0,05	0,06	0,10
D/d			
1,1	1,88		1,58
1,2	A=1,89	K_t=1,83	B=1,59
1,5	1,92		1,62

$$A \text{ İnterpolasyonu: } \frac{(1,92-1,88)}{(1,5-1,1)} = \frac{(A-1,88)}{(1,2-1,1)} \Rightarrow A = 1,89$$

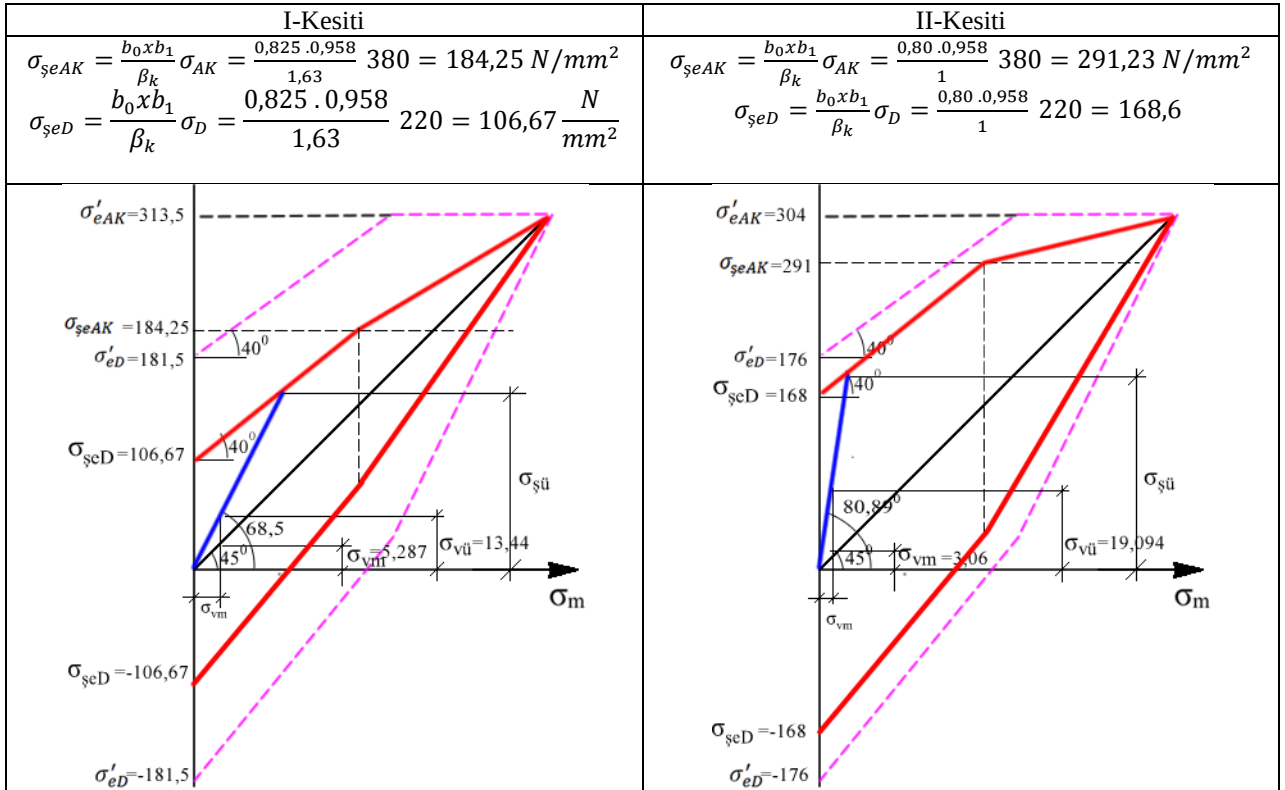
$$B \text{ İnterpolasyonu: } \frac{(1,62-1,58)}{(1,5-1,1)} = \frac{(B-1,58)}{(1,2-1,1)} \Rightarrow B = 1,59$$

$$K_t \text{ İnterpolasyonu: } \frac{(1,89-1,59)}{(0,05-0,10)} = \frac{(K_t-1,59)}{(0,06-0,10)} \Rightarrow K_t = 1,83$$

Buradan Çentik katsayısı **I-Kesit** için $\beta_k = q (K_t - 1) + 1 = 0,76 (1,83 - 1) + 1 = \mathbf{1,63}$ bulunur

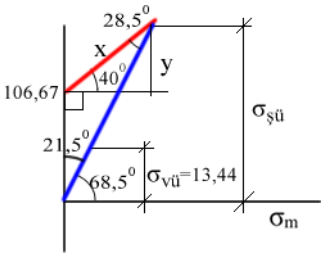
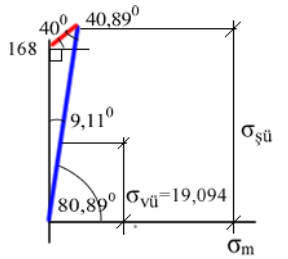
II-Kesit üzerinde çentik bulunmadığı için $\beta_k = 1$ alınır.

Bulunan bu katsayılar Akma Gerilmesi ve Tam Değişken Sürekli Mukavemet Gerilmelerini küçültmek için kullandığımız formüllerde yerine yazılırsa, I ve II kesitler için değerler şu şekilde olacaktır. Buna bağlı olarak yeni diyağramlar aşağıdaki şekilde oluşacaktır.



9. **Kesitlerin Emniyet Katsayısını hesapla:** Mukavemet azaltıcı etkenlerde göz önüne alındıktan sonra, meydana gelen Ortalama Mukayese Gerilmesi (σ_{vm}) ve Üst Mukayese Gerilmesinin (σ_{vu}) grafiğın sınırları içinde (kırmızı çizgi) kalmalıdır. Parçamız bu bölgede çalıştığı sürece güvenli demektir. Ne kadar güvenli olduğunu Mukayese Çizgisi (mavi çizgi) belirler. Bu çizginin Sürekli Mukavemet Diyağramını (kırmızı çizgi) kestiği nokta gerilmelerin çıkabileceği üst sınırı gösterir. Bu noktaya Şekil Üst Mukavemet Değeri ($\sigma_{şü}$) denir. Malzemenin çıkabileceği en son sınır ($\sigma_{şü}$) ile malzemede oluşan en büyük gerilmenin (σ_{vu}) oranı sürekli mukavemet için Emniyet Katsayısını (S_n) verir.

Diyağramda geometrik değerler kullanılarak ($\sigma_{şü}$) değerini, yani mavi çizginin kırmızı çizgiyi kestiği noktayı bulalım

I-Kesiti		II-Kesiti	
	$\frac{106,67}{\sin 28,5} = \frac{x}{\sin 21,5}$ $x=81,93$ $\sin 40 = \frac{y}{81,93}$ $y=52,66$ $\sigma_{\text{şü}} = 106,67 + 52,66 = 159,33$ $S_n = \frac{\sigma_{\text{şü}}}{\sigma_{\text{vü}}} = \frac{159,33}{13,44}$ $= \mathbf{11,85}$ Kat emniyetlidir.		$\frac{168}{\sin 40,89} = \frac{x}{\sin 9,11}$ $x=40,63$ $\sin 40 = \frac{y}{40,63}$ $y=26,12$ $\sigma_{\text{şü}} = 168 + 26,12 = 194,12$ $S_n = \frac{\sigma_{\text{şü}}}{\sigma_{\text{vü}}} = \frac{194,12}{19,094}$ $= \mathbf{10,166}$ Kat emniyetlidir.

Buradan görüleceği üzere emniyet katsayısı daha düşük olan II-Kesittir. Yani mil kırılma sınırında olsaydı ilk olarak orta bölgeden kırılacaktı.