

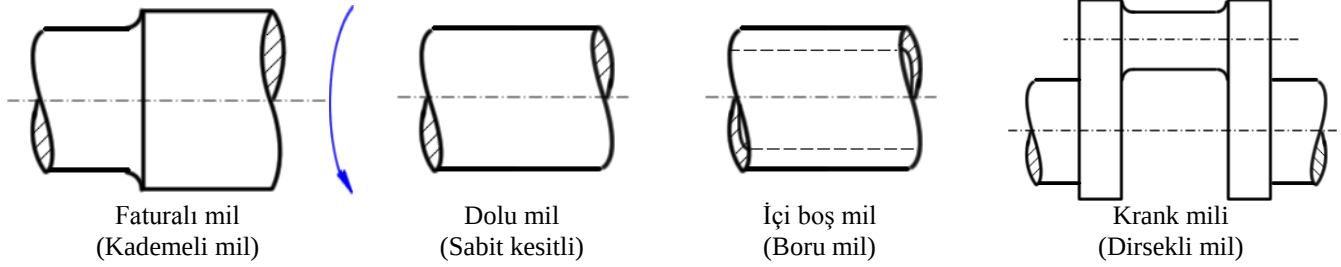
MAKİNE ELEMANLARI - (3.Hafta)

MİLLER VE AKSLAR

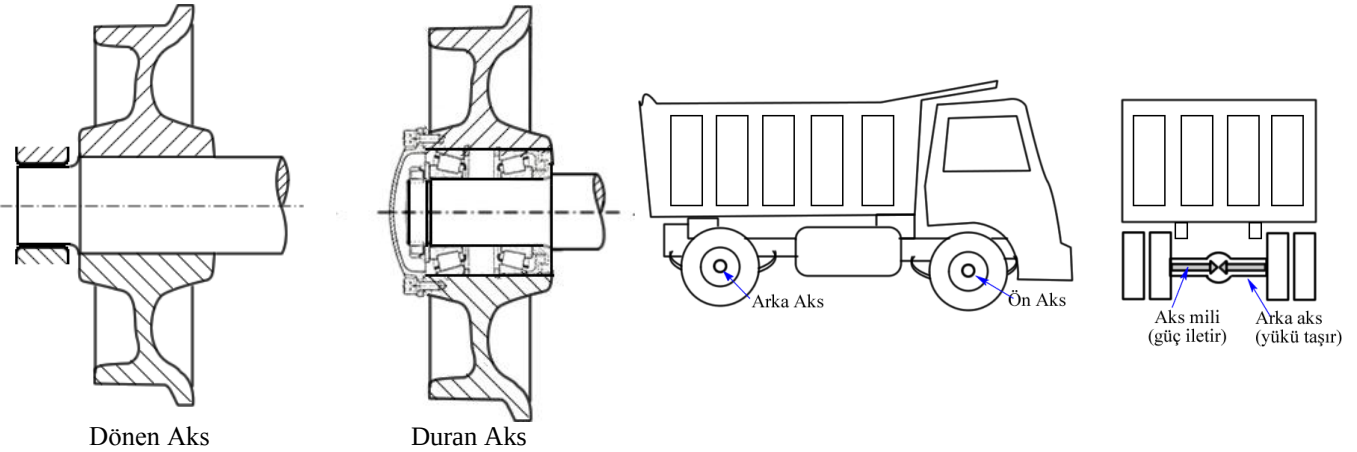
Tanımlar

Miller ve akslar benzer elemanlar olmakla beraber, aralarında fonksiyon bakımından farklılıklar vardır. Piyasada her ikisini de farklı makinalar üzerinde sıkça görürüz.

Miller: Dönerek hareket ileten, moment ve eğilmeye maruz kalan dairesel kesitli elemanlardır. Çeşitli tiplerde olabilir. Faturalı mil, dolu mil, içi boş mil ve krank mili tiplerinde olabilir. Motordan hareketi ileten elemanlar millerdir. Milin yatak içinde kalan kısmına “Muylu” denir. Yükün mile geliş durumuna göre eksenel yada radyal olarak yataklanır.



Akslar: Sadece yük taşıyan ve bu nedenle eğilmeye maruz kalan dairesel kesitli elemanlardır. Dönen ve duran aks olmak üzere ikiye ayrılır. Motordan tahrik almayıp (motordan güç alırsa mil olur) üzerindeki tekerlele birlikte dönen akslara “Dönen Aks” (Tren vagonlarındaki akslar gibi), kendisi sabit olup tekerin üzerinde döndüğü akslara ise “Duran (Sabit) Aks” (Önden çekişli bir otomobilde arka tekerin bağlı olduğu aks gibi) denir. Mil yada aks hem üzerinde yük taşıyarak eğilmeye maruz kalıyorsa ve aynı zamanda dönüyorsa titreşimli eğilme zorlanmasına maruz kalıyor demektir. Bu zorlanma tam değişken şeklindedir. Sabit akslar daire dışında kare, dikdörtgen, kutu, L, I profil şekillerinde olabilir ve doğrudan şaseye kaynatılabilir.



Mil Malzemeleri ve Yapımı

Miller yapım kolaylığı nedeniyle ve dairesel yapılarıdır. 150 mm kadar olan miller direk torna edilerek, yada soğuk çekilerek yapılabilir. Daha büyük çapta miller dövülerek, preslenerek yada dökülerek yapılabilir. Dövme işleminden sonra salgıyı düzenlemek için torna edilir ve taşlanır. Piyasada belli bir düzeye kadar yüzey ve boyut toleranslarına sahip haddelenmiş hazır miller bulmakda mümkündür.

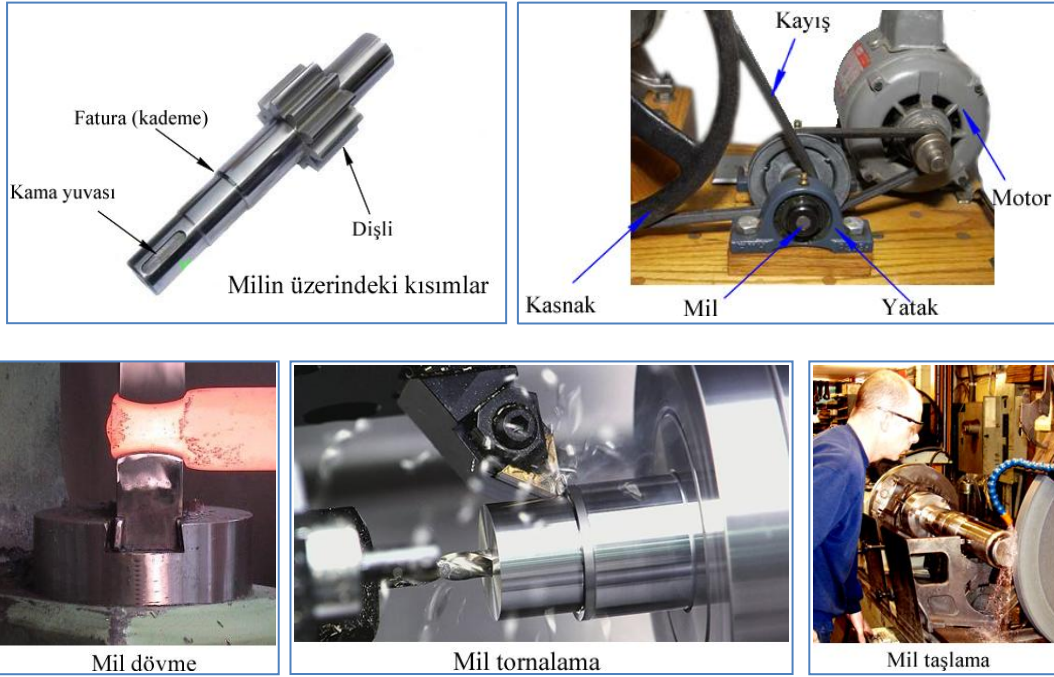
Millerin yatak içindeki muylu ve fatura kısımları yüzey sertleştirmeye tabi tutularak aşınmalara dayanıklı hale getirilir. Ardından bu kısımlar istenen hassasiyete göre tesfiye, hassas taşlama, lepleme gibi işlemlerden geçirilir. Böylece sert bir kabuk ve sünek bir iç yapının avantajlarından birlikte yararlanır.

Boru miller özellikle yataklar arası uzaklığın uzun olduğu yerlerde tercih edilir. Ortalama olarak mukavemetten %6 altılık bir kayba karşılık, malzeme ve hafiflikten % 25 lik bir kazanç sağlanır.

Mil yapımında kullanılan bazı malzemeler şu şekildedir

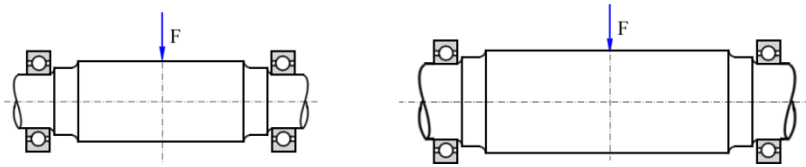
Genel yapı (imalat) çelikleri	Fe44 Fe50 ... Fe70	En çok kullanılan malzemelerdir. C oranı % 0,35 civarındadır. Yüksek sıcaklıklarda Sürünme olayından dolayı tercih edilmezler. Normal zorlanma koşullarında çalışan, günlük yaşamdaki birçok makinanın mili bu malzemeden yapılır. Redüktörler, iş makinaları, kaldırma makinaları, vb. yerlerde kullanılır.
Semantasyon çelikleri	C15 Ck15 20MnCr5 25MoCr4	Hem sıcaklığa, hem korozyona dayanıklı zor koşullar için uygun malzemelerdir. İçerisine Mo (Molibden), W (Wolfram), V (Vanadyum) gibi elementler katılarak yüksek sıcaklığa karşı dayanıklı hale getirilir. Normalin üstünde zorlanma koşulları olan yerlerde tercih edilir. Taşıtlarda, türbinlerde vb. Yüksek alaşımlı çeliklerde çentik etkisi imalat çeliklerine göre daha yüksektir.
İslah çelikleri	C35 Ck35 CrMo5	

Aşağıda milin kullanımı ve imalatıyla ilgili bazı resimler verilmiştir.

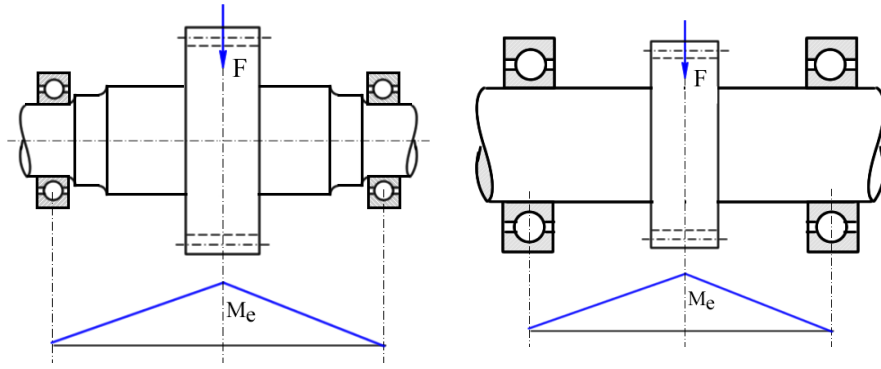


Millerin Konstrüksiyonunda Göz Önüne Alınacak Hususlar

1. **Yatak Açıklığı:** Milleri yataklarken mümkün olduğunca yatak açıklığını kısa tutmak gerekir. Böylelikle eğilme momenti daha küçük olacak ve buna göre mil çapları da daha küçük ortaya çıkacaktır.

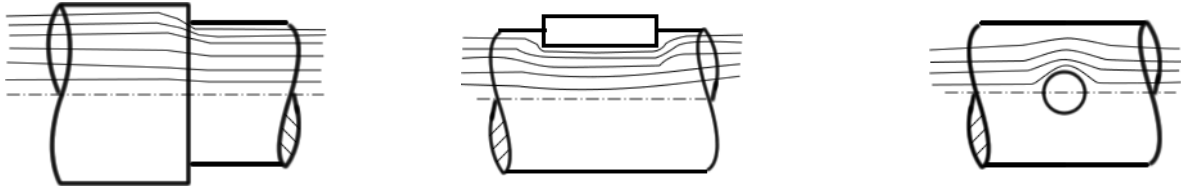


2. **Değişken Mil Çapı Kullanımı:** Ortasından bir kuvvete maruz kalan milde en büyük eğilme momenti milin ortasında oluşur. Uçlarda ise eğilme momenti sıfıra yaklaşır. Bu durumda ortada oluşan en büyük eğilme gerilmesini taşıyacak milin daha kalın uçlarda ise daha ince olması gerekir. Böylece daha hafif bir mil tasarlanmış olur. Eğer milin tamamı aynı çapta yapılırsa yük taşımayan ölü malzeme bulundurulmuş demektir. Bu nedenle eğilmenin önemli olduğu millerde yapının daha hafif olması için değişken mil çapı kullanılmalıdır.

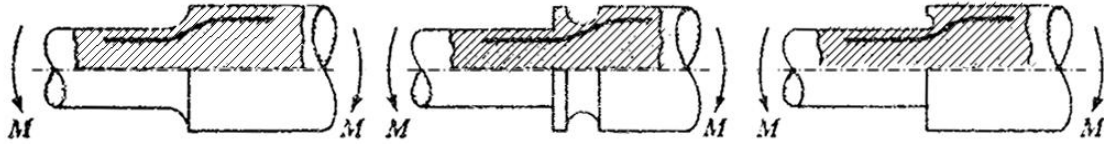


3. **Çentik Etkisi ve Konstrüktif Önlemler:** Mil yüzeylerinde bulunan kama yuvaları, fatura ve delikler gerilme yığılmalarına yol açar. Bu noktalarda kuvvet çizgileri keskin bir şekilde yön değiştirir. Bu yön değiştirme ne kadar ani olursa, oluşan K_t (teorik gerilme yığılma faktörü) o kadar büyük olur.

Dinamik zorlanmalarda ve özellikle gevrek malzemelerde K_t büyüdükçe tehlike artar. Bu nedenle kural olarak keskin köşeler yuvarlatılır ve kuvvet çizgilerinin ani yön değiştirmesi engellenir. Böylece K_t küçülür.

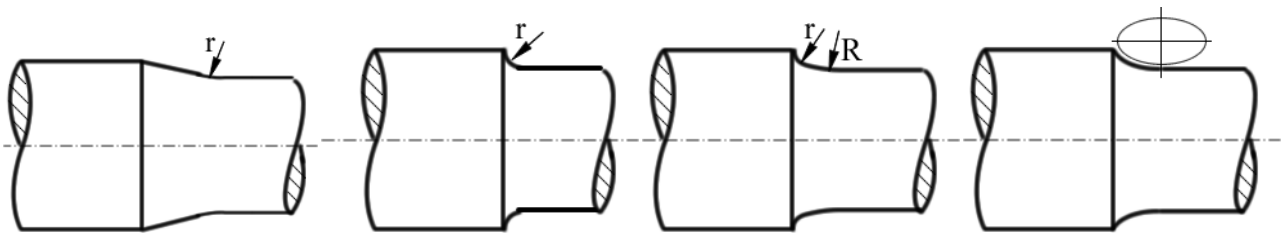


Çentik etkisini azaltmak için aşağıdaki gibi radius ve kanallar açılabilir.

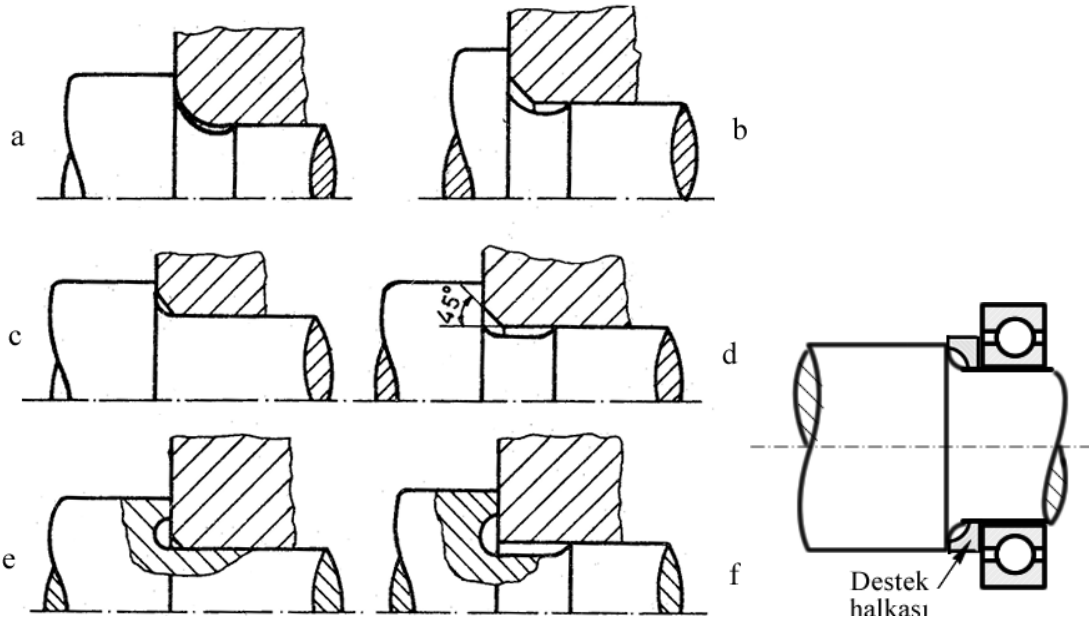


4. **Serbest Kavşaklarda Konstrüktif Önlemler:** Millerde büyük çaptan (D) küçük çapa (d) geçerken, kavşak köşeleri yuvarlatılmalıdır. Bu geçişler konik, tek radius, ikili radius ve elips şeklinde yapılabilir. Mil faturalarında (çap geçişlerinde) $d/D \approx 10/14$ oranını aşmamalıdır. Köşe radiusleri $r \approx d/10 \div d/20$ arasında olmalıdır.

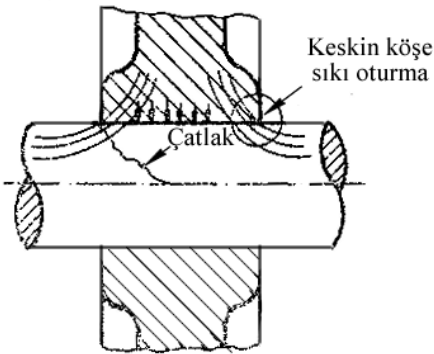
Bütün kavşakların iyi işlenmesi ve taşlanması gerekir. Tavsiye edilen sırayla (azdan çoğa doğru) gösterilen aşağıdaki tedbirler alınabilir.



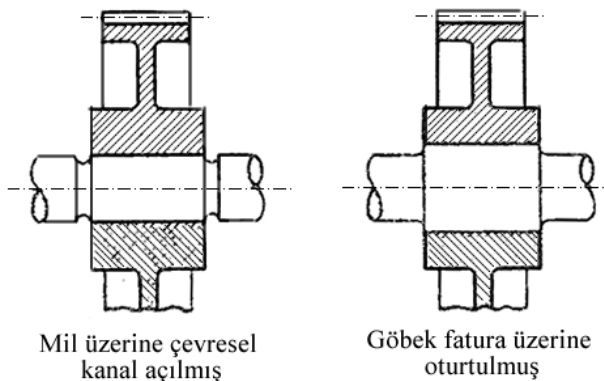
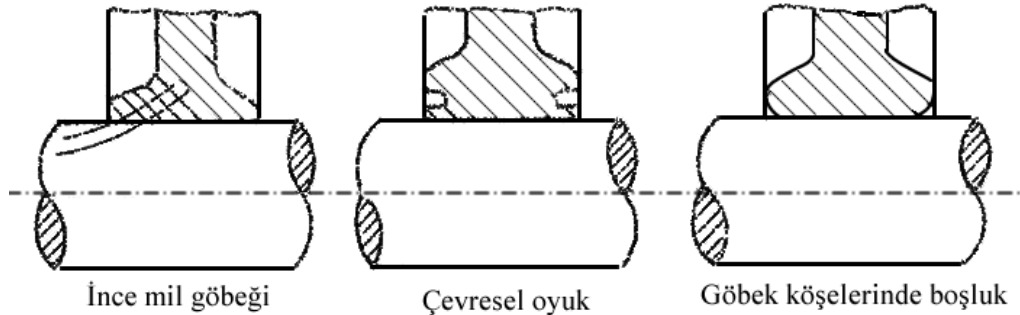
5. **Dayanma Kavşaklarında Alınacak Konstrüktif Önlemler:** Mile monte edilecek kasnakların, dişlilerin göbekleri kavşağa (omuza) dayanacaksa, kavşaklar göbeklere değmeyecek şekilde tasarlanmalıdır. Eğer kasnağın köşesi radiuslü yada 45° eğimli imal edilirse a,b,c,d den birisi uygun olur. Kasnağın köşesi keskin olursa e,f den birisi uygun olur. Rulman gibi daha küçük elemanları dayamak için destek halkası kullanılabilir.



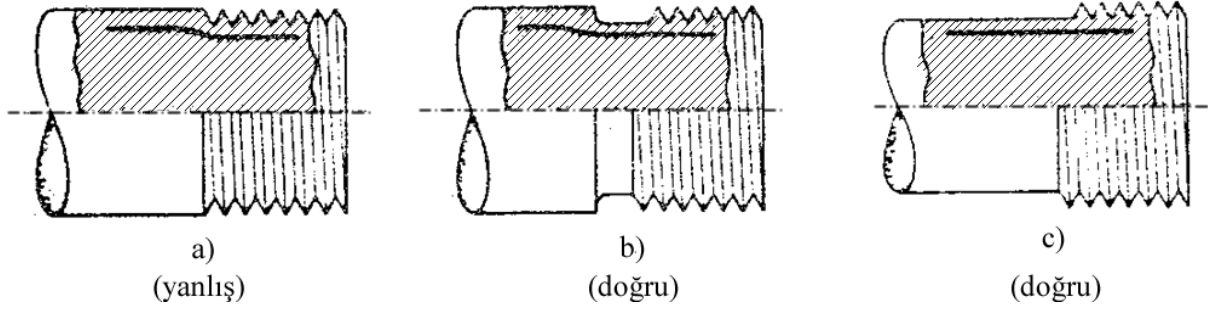
- 6. Sıkı Geçmelerde Alınacak Konstrüktif Önlemler:** Keskin köşeli ve et kalınlığı fazla olan esnemeyen göbekler mil üzerine sıkıca oturursa, parçadan mile akan kuvvet çizgileri köşede yığılarak çentik etkisine yol açarlar. Buralardan malzeme yorularak çatlaklar. Çentik etkisini azaltmak için elastik bağlantılar sağlanmalıdır.



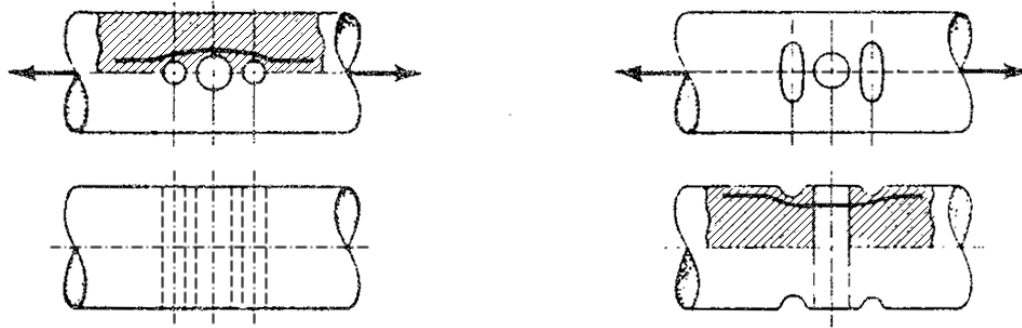
Elastik göbek bağlantıları, göbeğin mil eğilmelerine belli ölçüde uyum göstererek, kuvvet hatlarının yumuşamasını, oturma noktasında gerilme yığılmasını önleyerek bu noktanın rahatlamasını ve kırılmanın gecikmesini sağlar.



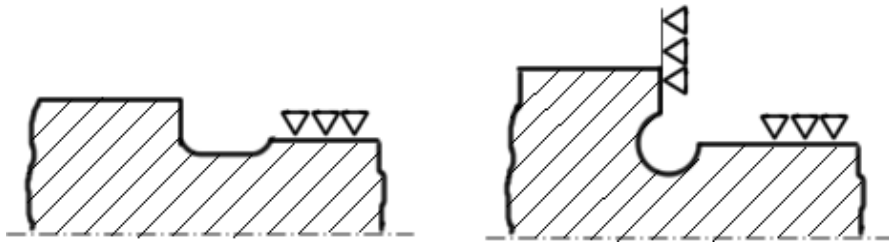
7. **Mil Üzerine Açılan Vidalarda Konstrüktif Önlemler:** Mil üzerine vida açıldığında vida sonundaki dişin çentik etkisi oluşturmaya daha yüksektir (a resmi). Buradaki çentik etkisini azaltmak için vidadan sonra bir miktar kenarlı radüslü boşluk bırakılır (b resmi). Böylece kuvvet çizgileri direk olarak vidanın ilk dişi ile karşılaşmaz. Bundan başka vidanın işlendiği çap milden daha büyük olursa çentik etkisi oluşmayacaktır (c resmi).



8. **Mil Üzerinde Açılan Deliklerde Konstrüktif Önlemler:** Mil üzerinde tek başına duran deliklerin çentik etkisi yüksek olur. Bu deliklerin etrafındaki bölge üzerinde işlemler yaparak bir miktar malzemenin esnemesi sağlanır ve çentik etkisi azaltılır. Bu amaçla yanına daha küçük çapta delikler açılabilir yada fazladan kanallar açılabilir.

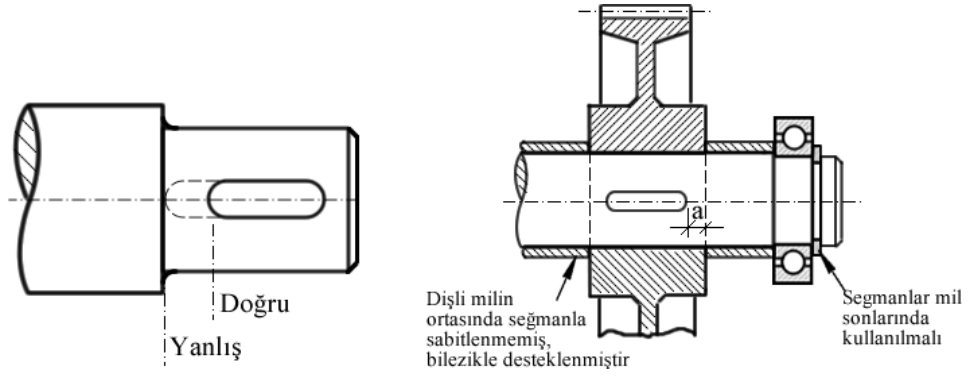


9. **Taşlanan Yüzeylerin Kenarlarında Konstrüktif Önlemler:** Muyluların (milin yatak içindeki kısmı) taşlanan yüzeylerinin kenar kısımlarında serbest boşluklar bırakılır. Böylece milin taşlanması sırasında, dönen taş diğer yüzeye değmemiş olur ve aynı zamanda köşelerin diplerinin taşlanması imkansız olacağından buralar düzgün çıkmış olur. Köşelerin ve diplerin radüslü olarak işlenmesinin çentik etkisine de faydası olacaktır.

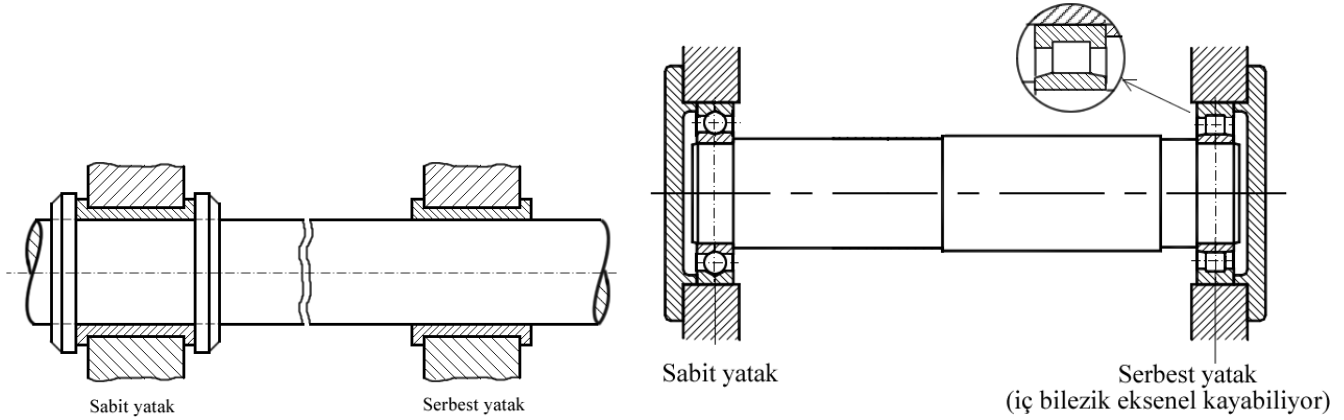


10. **Kama ve Seğman Yuvalarında Konstrüktif Önlemler:** Çentik etkisi oluşturan çap geçişlerine (faturalara) kadar kama boyları uzatılmamalı. Bu bölgede fatura zaten çentik etkisi oluştururken birde kama yuvası eklenecektir. Ayrıca kama yuvası, üzerindeki kasnak yada dişlinin gebek genişliğinden daha kısa olmalıdır. Çünkü göbek sınırının geçtiği mil üzerindeki kesitlerde çentik etkisi artmaktadır. Kama yuvası da bu sınıra kadar uzatılırsa iki çentik etkisi üst üste binmiş olur.

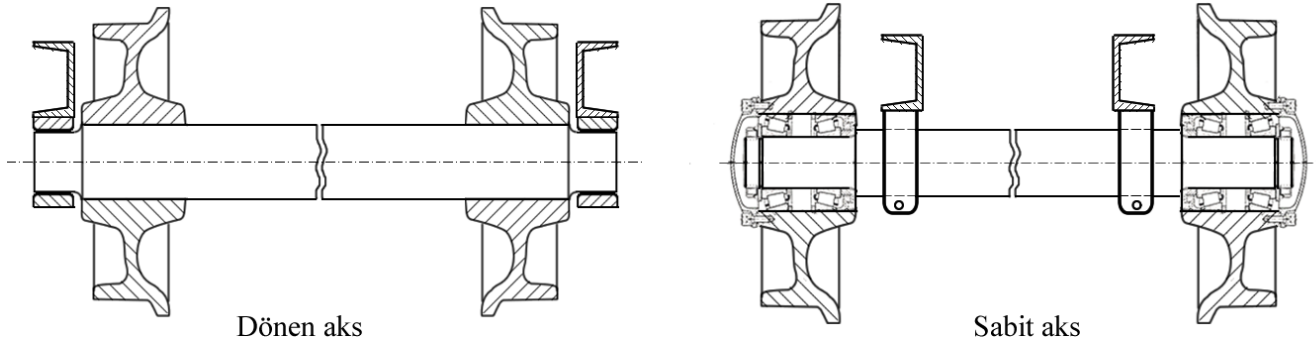
Seğmanların içinde bulunduğu kanalların köşeleri keskin olduğundan çentik etkisi yüksek olmaktadır. Bu nedenle seğmanlar mil sonlarında kullanılmalıdır. Mil ortasında sabitlenmesi gereken dişli yada kasnaklar, bileziklerle sabitlenmelidir. Buralarda seğman kullanılmamalıdır.



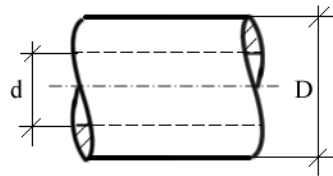
11. **Sabit Yatak, Serbest Yatak tercihi:** Millerin yataklanmasında, ısı etkilerden ortaya çıkabilecek boy değişimlerinde hesaba katılması gerekir. Bunun için mil sonlarında yeterli bir boşluk öngörülmelidir. Yataklardan biri konum belirleyici olarak Sabit Yatak şeklinde, diğeri yada diğerleri Serbest Yatak olarak düzenlenmelidir.



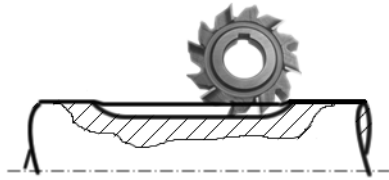
12. **Sabit aks, dönen aks tercihi:** Sabit akslar dinamik etkilere daha arz maruz kalmaları nedeniyle, Dönen akslara tercih edilmelidir.



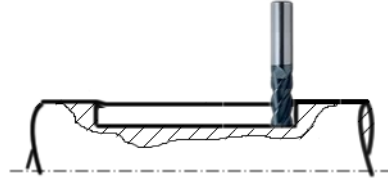
13. **Boru mil tercihi:** İç ve dış çapı arasındaki oran $d=0,5.D$ olan içi boşaltılmış bir boru milde ağırlıktan % 25 kazanç olmasına karşın % 6 lık bir mukavemet kaybı oluşmaktadır. Hafifliğin arandığı ve maliyetinin karşılandığı yerlerde boru miller tercih edilmelidir.



14. **Kama kanalı:** Miller üzerine açılan kama kanallarından parmak freze ile açılanların çentik faktörü çok daha yüksektir. Freze çakısı ile açılan kanalların uçlarında radüs bulunmaktadır fakat parmak freze ile açılanlarda kanalın uçları keskin bitmektedir. Tabii burada kanalın tipini çentik etkisinden daha çok tasarım gerekleri belirler.

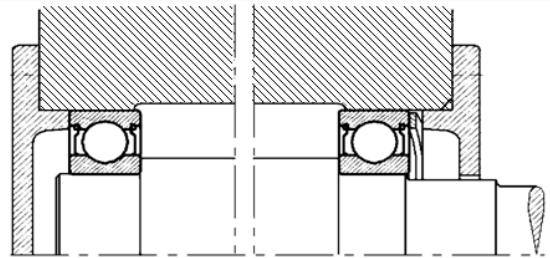
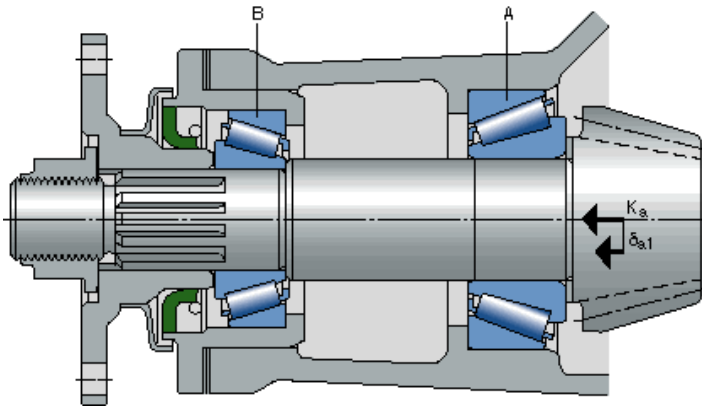
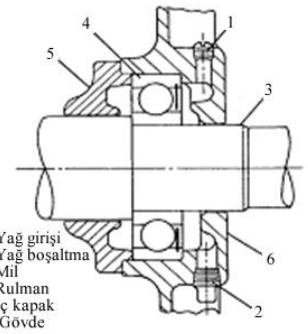
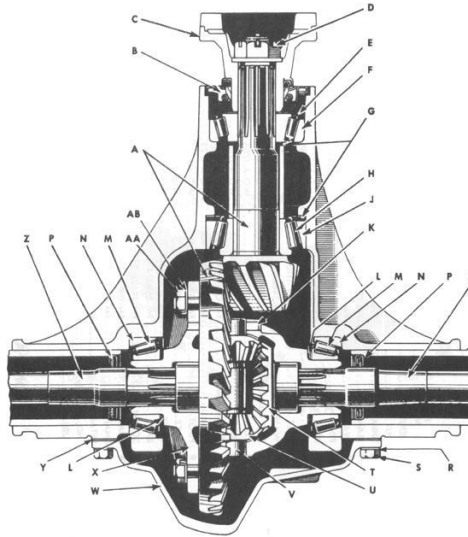
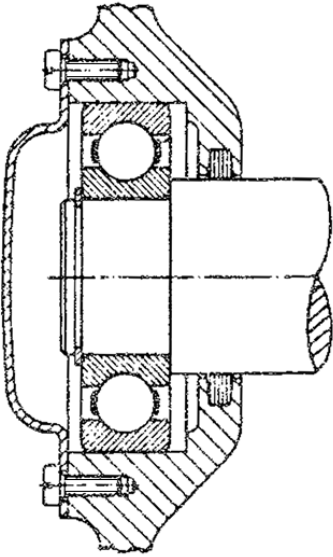


Freze çakısı ile açılmış kama kanalı
 $K_t=1,45-1,62$



Parmak freze ile açılmış kama kanalı
 $K_t=1,7-2,1$

15. **Milin Yataklanması:** Miller yataklanırken Kaymalı (sürtünmeyi azaltmak için yağ kullanılır) yada Rulmanlı yataklar (sürtünmeyi azaltmak için rulman (tornet tekeri) kullanılır) kullanılabilir. Yatak kontrüksiyonlarını çizerken yatak içerisinde yağ varsa yağın dışarı sızması, milin sağa ve sola oynamaması, iki ucundan yataklandığında bir ucunun sabit yatak diğer ucunun serbest yatak olması (ısınmadan dolayı mil uzar), yatak bölgesine dışarıdan toz vs girmemesi, çentik etkilerini göz önüne alarak seğmanların uçlarda bulunması ve dayanma kavşaklarına dikkat edilmesi, üzerindeki dişli ve kasnakların sabitlenmesi, montajının kolay sökülebilir ve takılabilir olması gibi bir çok hususun göz önünde bulundurulması gerekir. Bu konu ile ilgili bazı mil yataklarının montaj resimleri aşağıda verilmiştir.



Millerin Hesabı

Millerin hesaplamaları üç grupta toplanabilir. Bunlar;

- A. Mukavemet hesapları (Kırılmaması için gerekli çap belirlenir)
 - a) Sadece burulma varsa
 - b) Sadece eğilme varsa
 - c) Burulma+Eğilme varsa
- B. Deformasyon hesapları (Şekli bozulmaması için gerekli çap ve açıklık belirlenir)
 - a) Burulma nedeniyle milin şekil değiştirmesi
 - b) Eğilme nedeniyle milin şekil değiştirmesi
- C. Titreşim hesapları (Rezonansa sokan kritik çalışma devri belirlenir)
 - a) Eğilme titreşimleri
 - b) Burulma titreşimleri

Hesaplara başlamadan önce, sistemin üzerindeki bütün kuvvet ve momentler yatay ve düşey durumda gösterilir. Daha sonra bu kuvvetlerin oluşturduğu gerilmeler ve bunların grafikleri çizilir. Buna göre tehlikeli kesitlerin nereler olabileceği bulunur ve hesaplamalar bu noktalar üzerinde yapılır.

A. Mukavemet Hesapları

a) Sadece Burulma Varsa

Mil üzerinde sadece burulma varsa belirlenen çapa bağlı olarak mil içinde oluşan Kayma Burulma gerilmesi, Kayma Emniyet gerilmesinden küçük olmalıdır. Buna göre çapı veren formülü aşağıda anlatıldığı şekilde bulabiliriz. Burada alınan emniyet gerilmelerini dinamik yükler için kullanabileceğimiz Sürekli mukavemete göre hesaplanmış emniyet gerilmeleri olmalıdır. Hem eğilme hemde burulmada Dinamik durumdaki emniyet gerilmesini Tam değişken Gerilmesinin 1/10 alabiliriz. Detayları aşağıda verilmiştir.

Mukavemete göre sadece burulma durumunda çapı veren genel formülün çıkarılması

$$\tau_b = \frac{M_b}{W_b} \leq \tau_{em}$$

$$\tau_b = \frac{M_b}{I_p} = \frac{M_b}{\frac{\pi d^4}{32}} \leq \tau_{em}$$

Oluşacak en büyük gerilmeyi emniyet gerilmesi olarak τ_b yerine τ_{em} yazalım ve d çapını çekelim. Bu durumda

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_b}{\pi \tau_{em}}}$$

olacaktır. Bu formülde M_b [Nmm] ve τ_{em} [N/mm²] olarak girilirse d çapı [mm] olarak bulunacaktır. Elde edilen formül burulmaya göre çapı veren genel formül olmuş oluyor. τ_{em} malzeme tipine bağlı olarak belirlersek ve M_b için aşağıdaki formülü kullanarak ($M_d=M_b$) motorun gücünü (kW) ve devir sayısını (devir/dakika) alırsak her farklı malzeme için daha pratik kullanıma sahip bir formül elde edebiliriz.

Mukavemete göre sadece burulma durumunda çapı veren pratik formülün bulunması

Buradaki kayma emniyet gerilmesi (τ_{em}) değeri işletme koşullarına, tecrübeye bağlı olarak belirlenebilir. Aşağıdaki formülü yaklaşık bir değer almak için kullanabiliriz. Buna göre sürekli mukavemeti sağlayacak tam değişken değeri (Tablo 1'den okunur. Ders notları

1.hafta) 10 kat küçülterek emniyet gerilmesi olarak kullanalım.

$$\tau_{em} \approx \frac{\tau_{bD}}{10}$$

Örneğin Tablo 1'de Fe50 malzeme için burulma tam değişken değeri $\tau_{bD} = 150$ N/mm² dir. Buna göre Fe50 malzeme için kayma emniyet gerilmesi $\tau_{em} = 15$ N/mm² alınabilir. Bu değeri kullanarak Fe50 malzeme için yada kayma emniyet gerilmesi 15 N/mm² alınan herhangi bir malzeme için çapı veren pratik formül şöyle bulunacaktır.

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_b}{\pi \tau_{em}}} = \sqrt[3]{\frac{16 * 9550 \frac{P}{n} 1000}{\pi * 15}} = 148 \sqrt[3]{\frac{P}{n}}$$

$$d = 148 \sqrt[3]{\frac{P}{n}}$$

d çapı [mm] olarak çıkacaktır. Kayma emniyet gerilmesi 12 N/mm² alınırsa 148 sayısının bulunduğu yere 160 gibi bir sayı gelecektir. Böylece her malzeme için ayrı bir pratik formül kullanılır.

Motorun döndürme momentinin bulunması

Motorun döndürme momentini güç (kW) ve devir sayısına (d/d) bağlı olarak bulalım.

$$P = M_d \cdot \omega$$

$$M_d = \frac{P}{\omega} = \frac{P \cdot 1000}{\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}}$$

$$M_d = 9550 \frac{P}{n}$$

Motordaki döndürme momenti, mile uygulanınca Burulma momenti olur. İkisi eşittir ($M_d=M_b$).

Açısal hız ile devir arasındaki dönüşüm

Bu formülde bulunan motorun döndürme momenti M_d [Nm] olarak çıkar. Formülde kW değerini Watt çevirmek için 1000 le çarptık. Motor devrini açısal hızı çevirmek içinde aşağıdaki formül kullanıldı.

$$\omega = \frac{2 \pi n}{60}$$

Bu formüldeki açısal hızın birimi [rad/s] dir. Radyan değeri birim analizlerinde 1 olarak alınır. Böylece birim analizlerinde açısal hızı [1/s] olarak yazmak gerekir.

b) Sadece Eğilme Varsa

Eğer mil üzerinde sadece Eğilme momenti varsa, bu durumda aşağıdaki formülü kullanabiliriz. Sadece eğilme durumu Akslarda geçerlidir. Eğer burulmada olursa bu durumda ismi mil olacaktır. Dolayısıyla akslar motordan gelen döndürme momentini iletmezler. Sadece bir kiriş gibi üzerindeki yükleri taşırlar. Aks dönüyorsa yada üzerinde titreşimli bir yük varsa, millerde olduğu gibi sürekli mukavemete göre hesaplanmaları gerekir. Bu nedenle kullanılacak emniyet gerilmeleri de sürekli mukavemete göre alınmış emniyet gerilmeleri olmalıdır.

Mukavemete göre sadece Eğilme durumunda Çapı veren formülün çıkarılması

$$\sigma_e = \frac{M_e}{W_e} \leq \sigma_{em}$$

$$\sigma_e = \frac{M_e}{\frac{I}{r}} = \frac{M_e}{\frac{\pi d^4 / 64}{d/2}} \leq \sigma_{em}$$

Oluşacak en büyük gerilmeyi emniyet gerilmesi olarak, σ_b yerine σ_{em} yazalım ve d çapını çekelim. Bu durumda

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_e}{\pi \sigma_{em}}}$$

olacaktır. Bu formülde M_e [Nmm] ve σ_{em} [N/mm²] olarak girilirse d çapı [mm] olarak bulunacaktır.

Buradaki Eğilme emniyet gerilmesi (σ_{em}) değeri işletme koşullarına, tecrübeye bağlı olarak belirlenebilir. Aşağıdaki formülü yaklaşık bir değer almak için kullanabiliriz. Buna göre sürekli mukavemeti sağlayacak tam değişken değerini (Tablo 1'den okunur. Ders notları 1.hafta) 10 kat küçülterek emniyet gerilmesi olarak kullanalım.

$$\sigma_{em} \approx \frac{\sigma_{eD}}{10}$$

Örneğin Tablo 1'de Fe50 malzeme için Eğilme tam değişken değeri $\sigma_{eD} = 250$ N/mm² dir. Buna göre Fe50 malzeme için Normal Emniyet Gerilmesi $\sigma_{em} = 25$ N/mm² alınabilir. Bu değer kesin her yerde geçerli olabilecek bir değer değildir. Sadece yaklaşık ne olması gerektiği konusunda bir fikir vermesi için bu yöntem kullanıldı.

c) Burulma + Eğilme Beraber Varsa

Bir mil hem motora bağlı hemde üzerinde bir yük varsa (örneğin tekere bağlı olup aracın yükünü taşıyorsa, yada bir kasnağa bağlı olup kayış kasnağı çekiyorsa) bu durumda mil hem eğilmeye hemde burulmaya maruz kalıyor demektir. Bu her iki durumu da hesaba katan tek bir formül yoktur. Bu durumda hesaplamaları yapabilmek için aşağıdaki gibi bir yöntemi takip edebiliriz.

Genellikle bir milin taşıyacağı güç ve işletme devir sayısı bilinir. Bu durumda mil üzerindeki döndürme momenti [$M_d=9550 \frac{P}{n}$] formülü ile hesaplanır. Yani milin maruz kalacağı Burulma zorlanması çoğunlukla bilinir. Oysa bir tasarımın taslak çizimleri elde olmadan, yani yaklaşık olsa yatak araları ne olacak, kasnak yerleşimi nereye gelecek, kullanılacak kama boyu ne olacak gibi bir çok detay milin ilk çapının belirlenmesine bağlıdır. Dolayısıyla yaklaşık da olsa mil çapını tasarım eskizlerinin çizimine başlamadan önce belirlemek gerekir. Eğer tasarımımda yatak araları ve parçaların bağlantı yerleri belli ise mil çapını hem burulmaya göre, hemde eğilmeye göre hesaplayıp büyük olanı alabiliriz. Fakat bu çap tamamen ön hesaplamadır. Milin sürekli mukavemete göre çapın uygun olup olmadığını kontrol etmek gerekir. Sürekli mukavemete göre yeterli güvenlik katsayısını sağlamıyorsa çap artırılarak sürekli mukavemet hesapları tekrar yapılır. Çap fazla ise ona göre düşürülür.

Ön hesaplamalarda milin çapını Burulmaya göre belirleyeceğiz. Bu hesabın nasıl yapılacağı yukarıda a maddesinde anlatılmıştı.

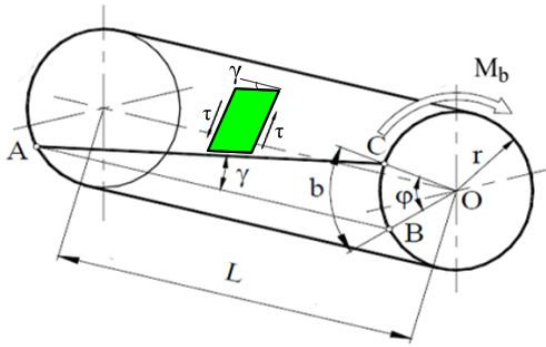
B. Deformasyon (Şekil Bozukluğu) Hesapları

Bir mil mukavemet açısından kırılmaya karşı dayanıklı olabilir. Fakat kabul edilebilecek sınırlardan daha fazla şekli bozulursa bu durumda görevini yapamayacaktır. Bu nedenle şekil bozukluklarını (deformasyonlar) belli sınırlar dahilinde tutmak gerekir. Bu şekil bozuklukları ise iki şekilde oluşur.

- Burulmaya uğrayan milin bir ucu sabitken diğer ucunun belli bir açıdan daha fazla dönmesi olayı. Sadece millerde görülür.
- Eğilmeye maruz bir milin belli bir mesafeden daha fazla sehim (çökme) oluşturmasıdır. Hem millerde hemde akslarda görülür.

İşte bir milin momente uğradığında belli bir açıdan daha fazla dönmesini engelleyecek çapın ne olması gerektiği yada eğilmeye uğrayıp belirli bir değerden daha fazla çökmemesi gerekli olan yatak açıklığı yada çapın ne olması gerektiği bu konu kapsamındadır.

a) Burulmaya Uğrayan Milin Şekil Değiştirmesi



Burulma momentine maruz kalan bir milin alın kısmı belli bir açı ile dönecektir. 1 m boyda müsaade edilen dönme açısı

$$\varphi_{em} = 1/4^0 \div 1/2^0$$

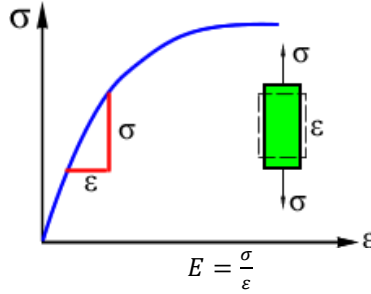
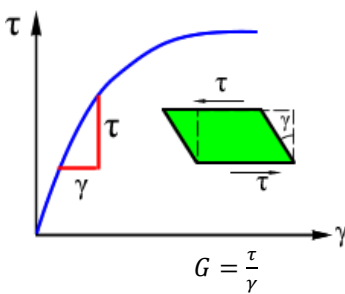
arasında değişmektedir. Bu değeri $1/4^0$ (çeyrek derece) olarak alacağız. Milin bu açıdan daha fazla dönmemesi için gerekli çapı bulalım.

Mil üzerindeki b yayını gören ϕ (phi) ve γ (gamma) açılarına bağlı olarak şu şekilde bulunur. Her ikisinde aynı yayı gördüğü için bu iki formülü eşitleyebiliriz. Yayın uzunluğunu hesaplarken kullanılan açı radyan olması gerekir.

$$b = \phi \cdot r = L \cdot \gamma$$

$$\phi = \frac{L}{r} \gamma$$

Elastik burulmada Hook kanuna göre Kayma Modülü (G) ve benzer şekilde elastik çekme yada basmada Elastisite Modülü (E) aşağıdaki gibidir.



$$G = \frac{\tau_b}{\gamma}$$

$$\phi = \frac{L}{r} \gamma = \frac{L}{r} \left(\frac{\tau_b}{G} \right) = \frac{L}{r} \left(\frac{M_b}{I_p / r} \right) = \frac{L}{r} \left(\frac{M_b}{\frac{\pi d^4}{32}} \right) = \frac{32 L M_b}{\pi G d^4} \leq \varphi_{em}$$

Milde meydana gelecek en büyük açı φ_{em} geçmeyeceğine göre buradan d çapını çekersek burulma deformasyonuna göre milin çapını veren formülü aşağıdaki şekilde bulmuş oluruz.

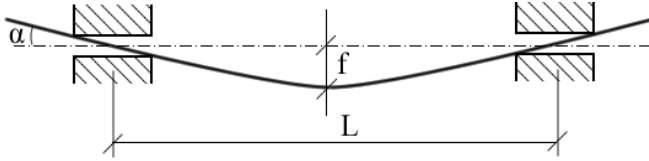
$$d = \sqrt[4]{\frac{32 M_b L}{\pi \varphi_{em} G}}$$

Bu formülü kullanabilmek için Burulma momenti (Mb) Nmm, emniyetli dönme açısı (φ_{em}) 1 metre boyda $\frac{1}{4}^0$ olacağından $\varphi_{em} = \frac{1}{4}^0 = 0,004363$ rad, $L=1000$ mm almalıyız. Çelikler için Kayma modülü ortalama $G=80000$ N/mm² alırsak d çapı mm cinsinden çıkacaktır. Burulmam momentinin yerine $M_b(Nm)=9550 P(kW)/n(d/d)$ formülü kullanırsak formül çelikler için daha basit kullanıma sahip bir formüle dönüşecektir.

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 M_b L}{\pi \varphi_{em} G}} = \sqrt[4]{\frac{32 (9550 \frac{P}{n} 1000 [Nmm]) 1000 [mm]}{\pi 0,004363 [rad] 80000 N/mm^2}} \Rightarrow d = 130 \sqrt[4]{\frac{P}{n}}$$

b) Eğilmeye Uğrayan Milin Şekil Değiştirmesi

Eğilme momentine maruz kalan bir milin ortası çökecek ve belli bir sehim oluşacaktır. Ayrıca yatak içerisindeki milin doğrusal olması gereken açısı değişecektir. Bu durum yatak içerisinde tehlikeli kenar oturmalarına yol açar. Yataklarda rulman varsa rulmanın ömrü kısalmır.



$$\frac{f_{em}}{L} < \begin{cases} 2/10000 & \text{Takım tezgahlarında} \\ 3/10000 & \text{Genel makine konstrüksiyonunda} \\ 5/10000 & \text{Güç aktarımı ve uzun millerde} \end{cases}$$

Bu kriterlere göre normal bir makinada 10 metre uzunluğunda bir milin ortası 3 mm den daha fazla göçmemelidir. Ayrıca yatak içinde milin belli bir α açısını geçmemelidir. Bunun içinde kriterimiz şu şekildedir.

$$\alpha_{em} \leq 0,001 \text{ rad} \cong 0,0573^\circ$$

{Burada milin bu kriterleri geçmemesi için sahip olması gereken çap ve yatak açıklığı ne olmalıdır konusu konu dışında tutulmuştur. Buna göre eğilme deformasyonuna göre çap ve yatak açıklığı hesaplanmayacaktır. Çünkü açıklığı fazla olan millerle nadir karşılaşılır. Daha çok millerde yataklar arasındaki mesafeler kısa tutulur. Bu durumdada eğilmeden daha çok burulma ön plana çıkar. Bu nedenle burulma hesaplarını bilmek yeterli olacaktır. }

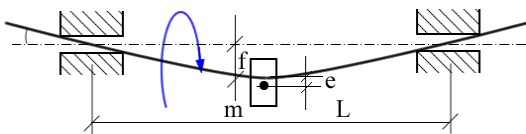
C. Titreşim Hesapları

Millerde aşırı titreşime (rezonansa) neden olan neden olan kritik hız (devir) iki şekilde karşımıza çıkar. Bunlar

- Eğilme titreşimleri, eğilme zorlanmasında oluşan titreşimler
- Burulma titreşimleri, burulma zorlanmasında ortaya çıkan titreşimlerdir.

a) Eğilme Titreşimleri

Bir milin ağırlık merkezi gerçekte hiç bir zaman tam olarak nötr eksen üzerinde bulunamaz. Kendi ağırlığı ile yada hatalı üretim nedeniyle ağırlık merkezi küçük de olsa eksenden kaçacaktır (e mesafesi). Mil dönmeye başladıktan sonra da merkez kaç kuvvetinin etkisi ile bu mesafe üzerine f sehimi eklenecektir. Böylece mil döndükçe ağırlık merkezinin eksene olan uzaklığı artmaya devam edecektir. Fakat belli bir yerde yay direnci ile karşılaşarak bu sehimi durduramayacaktır. Bu devirde dönme devam ederse mil fazla dayanamayıp kırılacaktır. Bu nedenle miller kritik devir olan bu rezonans bölgesinin dışında çalıştırılmamalıdır. Bu kritik devri veren formülü çıkaralım.



Başlangıçta ilk kaçıklık nedeniyle oluşacak merkez kaç kuvveti

$$F = m \cdot e \cdot \omega^2$$

Oluşacak f sehimi ile yeni merkez kaç kuvveti

$$F = m \cdot (e + f) \cdot \omega^2$$

olur. Mil merkez kaç kuvvetini elastik yaylanma direnç kuvveti ile dengeler. Bu kuvvet, C_e milin eğilmede yaylanma katsayısı olmak üzere;

$$F = C_e \cdot f$$

şeklinde bulunur. Dönmeden dolayı oluşan merkez kaç kuvveti ile sehimden dolayı milin karşı koyduğu direnç kuvvetlerini eşitlersek şu ifade çıkar.

$$F = m \cdot (e + f) \cdot \omega^2 = C_e \cdot f$$

$$f = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{C_e - m \cdot \omega^2}$$

Bu ifadede $C_e - m \cdot \omega^2 = 0$ olursa f sehimi sonsuza gider, yani milin sehimi gittikçe artacaktır anlamına gelir. Bunu sağlayan hızı çekersek eğilmede kritik hızı bulmuş oluruz.

$$\omega_{ekr} = \sqrt{\frac{C_e}{m}}$$

Burdaki C_e eğilmede yaylanma katsayısını nasıl buluruz ona bakalım. İki ucundan sabitlenmiş kirişlerin ortasından kuvvet uygulandığında oluşacak f sehimi kuvvet (F) ile doğru orantılı, açıklığın küpü ile doğru orantılı (L^3), Malzemenin elastisite modülü (E) ile ters orantılı, kesitin alan atalet momenti ile yine ters orantılıdır. Diğer katsayılarla birlikte f sehimi formülü şu şekilde olacaktır.

$$f = \frac{F \cdot L^3}{48 E \cdot I}$$

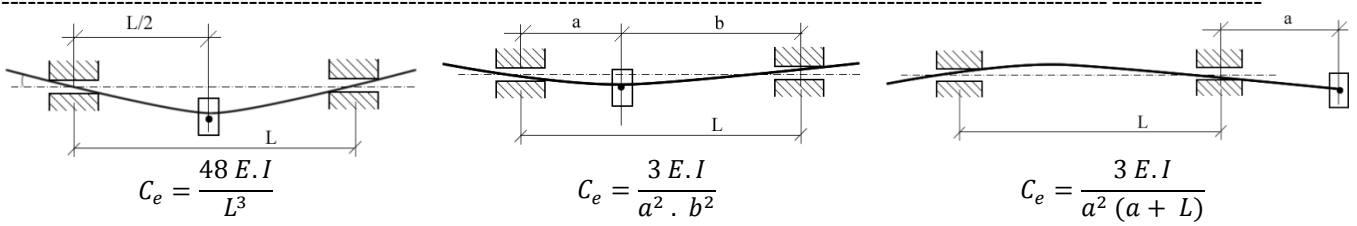
Bu ifade yukarıdaki formülde yerine yazılırsa

$$F = C_e \cdot f \Rightarrow F = C_e \frac{F \cdot L^3}{48 E \cdot I}$$

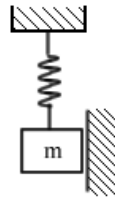
İkinci formülde her iki taraftaki F ler gider ve C_e -eğilmede yaylanma katsayısı çekildiğinde

$$C_e = \frac{48 E \cdot I}{L^3}$$

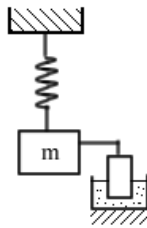
bulunur. Bu formül kütle milin boy olarak tam ortasında ise geçerlidir. Kütle milin sağa ve sola farklı noktalarında bulunuyorsa yaylanma katsayısı değişecektir. Bununla ilgili örnekler aşağıda verilmiştir.



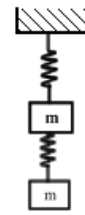
Mili kritik hızın altında yada üstündeki bölgelerde çalıştırmalıyız. Eğer bu hızda çalıştırmaya mecbur kalırsak titreşim söndürücüler kullanmalıyız. Bu konuda kullanılabilecek titreşim söndürücüler sembolik olarak üç şekilde gerçekleştirilebilir.



Sürtünmeli söndürücü



Hidrolik söndürücü



Dinamik etkili söndürücü

b) Burulma Titreşimleri

Burulma durumunda mil üzerindeki kütleler sağa ve sola dönerek kendi içinde titreşimler yapacaktır. Bu titreşimlerin yüksek bir hal alması (rezonansa girmesi) burulma açısını (ϕ) emniyet sınırlarının üzerine çıkaracaktır. Bunu engellemek için burulma ile ilgili kritik devir civarında çalışılmamalıdır. Burulma ile ilgili kritik devri veren formülü çıkaralım.

Mile uygulanan döndürme momenti (M_d) mili ϕ açısı kadar döndürürse mil bu momente yay gibi karşı koyar ve milde burulma momenti oluşur (M_b). Bu iki momenti eşitlersek;

$$M_d = M_b$$

$$M_b = C_b \cdot \phi$$

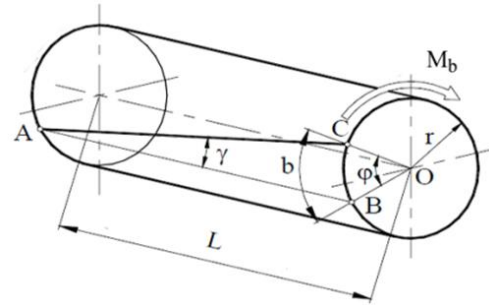
olacaktır. Mil Döndürme momenti tarafından gerildikten sonra her hangi bir titreşim gözükmez. Fakat milin gerilen yay özelliği, Döndürme momentindeki ufak bir değişimle, diyelim ki döndürme momentini kaldırdık, bu durumda gerilmiş durumdaki mil ϕ açısını hızla kapatıp mili eski haline getirmeye çalışacaktır ve ortaya bir açısal ivme çıkacaktır. Bu ivmenin doğurduğu atalet momenti yayın burulma momentine eşit ve zıt yönde olacaktır (açısal ivmeye zıt yönde).

$$C_b \cdot \phi = I_m \cdot \ddot{\phi}$$

Bu durum için M_d momenti ile ortaya çıkan Atalet momenti arasında bir eşitlik yazacak olursa ikisi de aynı yöne baktığı için eşitlik eksi olarak çıkacaktır (değilinin değili durumu).

$$M_d = -I_m \cdot \ddot{\phi}$$

$$I_m \cdot \ddot{\phi} - C_b \cdot \phi = 0$$



$$M_d = -I_m \cdot \ddot{\phi} = C_b \cdot \phi$$

Buradan

$$I_m \cdot \ddot{\phi} + C_b \cdot \phi = 0$$

Diferansiyel denklemi elde edilir. Bu denklemin çözümünden burulmada kritik hız;

$$\omega_{bkr} = \sqrt{\frac{C_b}{I_m}}$$

Bulunur. I_m milin ve ona bağlı kütlelerin kütleli atalet momentidir. C_b milin burulmada yaylanma katsayısıdır. C_b katsayısını bulalım.

Burulmaya uğrayan mil üzerinde oluşan ϕ ve γ açılarını gören b yayı aynı olup buradan;

$$b = r \phi = L \gamma \rightarrow \gamma = \frac{r}{L} \phi$$

Bulunur. Mil üzerindeki burulma momenti;

$$M_b = C_b \phi$$

Olur. Milde oluşan burulma gerilmesi ise;

$$\tau_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{M_b}{I_p / r}$$

Hook kanuna göre milin malzeme özelliğini gösteren kayma modülü;

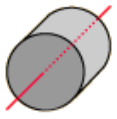
$$G = \frac{\tau_b}{\gamma}$$

Olur. Yay direncindeki M_b burulma gerilmesinde yerine yazarsak, burulma gerilmesini de Kayma modülünde yerine yazarsak ayrıca γ açısı yerine yukarıdaki ifadeyi korsak denklemler şu şekle gelecektir.

$$G \left(\frac{r \phi}{L} \right) = \frac{C_b \phi r}{I_p} \rightarrow \boxed{C_b = \frac{G}{L} I_p}$$

Bulunur.

Bazı cisimlerin kütleli atalet momentleri aşağıda verilmiştir.



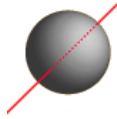
$$I_m = \frac{1}{2} m r^2$$

Silindir,
(eksenel)



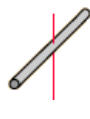
$$I_m = m r^2$$

Çember,
(eksenel)



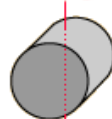
$$I_m = \frac{2}{5} m r^2$$

Küre,
(dolu)



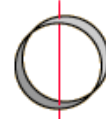
$$I_m = \frac{1}{12} m L^2$$

Çubuk,
(ortadan)



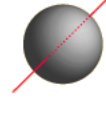
$$I_m = \frac{1}{4} m r^2 + \frac{1}{12} m L^2$$

Silindir,
(radyal)



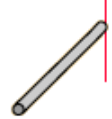
$$I_m = \frac{1}{2} m r^2$$

Çember,
(radyal)



$$I_m = \frac{2}{3} m r^2$$

Küre,
(boş)



$$I_m = \frac{1}{3} m L^2$$

Çubuk,
(uçtan)