

MAKİNE ELEMANLARI - (4.Hafta)

PROBLEM ÇÖZME

Örnek 1

Bir motordan 22 kW lık güç, hareket aktarma mili ile (transmisyon mili) ile uzak bir noktaya 1800 d/d ile iletilmektedir. Milin malzemesi Fe60 ise mil çapı ne olmalıdır?



Çözüm:

Mil üzerinde, mili eğilmeye zorlayan herhangi bir kuvvet yoktur. Sadece burulma vardır. Bu nedenle burulmaya göre çapı veren formülü kullanarak çözüme gideceğiz.

Mil üzerinde sadece burulma varsa çapı veren genel formül aşağıdaki şekildeydi.

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_b}{\pi \tau_{em}}}$$

Bu formül içerisindeki bilinmeyenleri bulalım.

Motorun oluşturduğu döndürme momenti yada milde oluşan burulma momenti (ikisi aynı momenttir ve eşittir);

$$M_d = M_b = 9550 \frac{P}{n} = 9550 \frac{22 \text{ kW}}{1800 \text{ d/d}} = 115 \text{ Nm} \\ = 115.000 \text{ Nmm}$$

Olur.

Burulmada kayma emniyet gerilmesini, dinamik durumlarda kullandığımız burulma tam değişken gerilmesinin onda biri şeklinde yaklaşık olarak alabiliriz. Tam değişken burulma gerilmesi (σ_{bd}) malzemeye bağlı olarak Tablo 1'den alınır.

$$\tau_{em} \cong \frac{\sigma_{bd}}{10} = \frac{180}{10} = 18 \text{ N/mm}^2$$

Bulduğumuz değerleri yerine yazarsak çap

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_b}{\pi \tau_{em}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 115000}{\pi \cdot 18}} = 31,92 \text{ mm}$$

Yaklaşık olarak **d≈32mm** alabiliriz. Güç yüksek devirle iletildiği için çap küçük çıkmıştır. Eğer devir düşürülse moment artacaktır, bu durumda çap daha büyük çıkacaktır.

Örnek 2.

Şekildeki gibi bir milin üzerine 350 mm çapında 20 mm kalınlığında bir fren diski konulmuştur. Milin çapı 30 mm olup, uçlarındaki yataklar arası açıklık 500 mm dir. Buna

göre milin Eğilme ve Burulma durumlarında kritik hızını hesaplayın. [Kayma modülü: $G=78400 \text{ N/mm}^2$ (dikkat cismin ağırlığında kullanılan G ile karıştırmayın), Elastisite Modülü: $E=205800 \text{ N/mm}^2$, Özgül ağırlığı (yoğunluk): $q=7,650 \times 10^{-5} \text{ N/mm}^3$, Not: milin kütlesi ihmal edilecek]



Çözüm:

a) Eğilme durumunda:

Eğilme durumunda mili rezonansa sokan kritik hız aşağıdaki formülle bulunuyordu.

$$\omega_{ekr} = \sqrt{\frac{C_e}{m}}$$

Bu formüldeki milin eğilme durumunda yaylanma katsayısı şu şekilde bulunuyordu.

$$C_e = \frac{48 E \cdot I}{L^3}$$

Formüllerdeki değerleri birimlerde dikkat ederek bulalım ve yerlerine yazalım.

Milin kesitinin Alan Atalet Momenti I ;

$$I = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi 30^4}{64} = 39764 \text{ mm}^4$$

$$C_e = \frac{48 E \cdot I}{L^3} = \frac{48 \cdot 205800 \cdot 39764}{500^3} = 3142,18 \text{ N/mm}$$

Kritik hız formülünde bilmediğimiz birtek diskin kütlesi kaldı. (burada milin kütlesi ihmal edilmişti). Diskin kütlesi direk verilmemiş, yoğunluğu verilmiş. Hacimden giderek kütlesini hesaplayalım. Cismin ağırlığı;

$$F_G = q \cdot V = 7,650 \cdot 10^{-5} \text{ N/mm}^3 \cdot \frac{\pi \cdot 350^2}{4} \cdot 20 \text{ mm} \\ = 147,2 \text{ N}$$

$$F_G = m \cdot g \Rightarrow 147,2 \text{ N} = m \cdot 9,81 \cdot 10^3 \text{ mm/s}^2 \Rightarrow m = 0,015 \text{ Ns}^2/\text{mm} \cong 1,5 \text{ kg}$$

$$\omega_{ekr} = \sqrt{\frac{C_e}{m}} = \sqrt{\frac{3142,18 \text{ N/mm}}{0,015 \text{ Ns}^2/\text{mm}}} = 457,61 \text{ 1/s [rd/sn]} = 4370,52 \text{ d/d}$$

$$n = \frac{30}{\pi} \omega = \frac{30}{\pi} 457,61 = 4370,52 \text{ d/d}$$

b) Burulma durumunda:

Burulma durumunda mili rezonansa sokan kritik hız aşağıdaki formülle bulunuyordu.

$$\omega_{bkr} = \sqrt{\frac{C_b}{I_m}}$$

Bu formüldeki milin burulma durumunda yaylanma katsayısı şu şekilde bulunuyordu.

$$C_b = \frac{I_p G}{L}$$

Formüllerdeki değerleri birimlere de dikkat ederek bulalım ve yerlerine yazalım.

Milin kesitinin Polar Atalet Momenti I_p ;

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi 30^4}{32} = 79521,56 \text{ mm}^4$$

$$C_b = \frac{I_p G}{L} = \frac{79521,56 \text{ mm}^4 \cdot 78400 \text{ N/mm}^2}{500 \text{ mm}} = 12468981 \text{ Nmm}$$

Disklin Kütleli Atalet Momenti I_m :

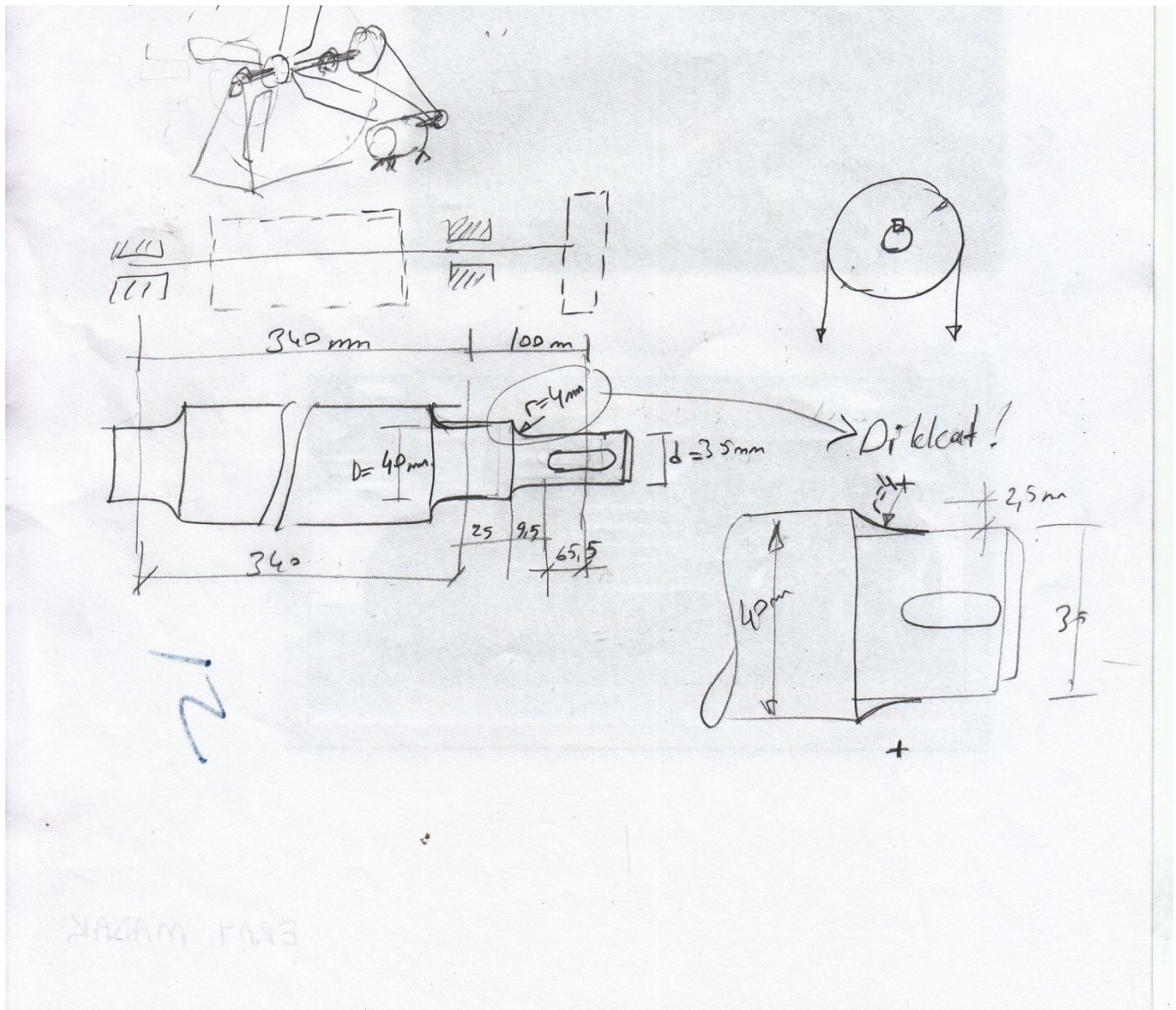
$$I_m = \frac{1}{2} m (r_{dış}^2 - r_{iç}^2) = \frac{1}{2} 0,015 \frac{\text{Ns}^2}{\text{mm}} \left(\left(\frac{350}{2} \right)^2 - 0 \right) = 229 \text{ Ns}^2 \text{ mm}$$

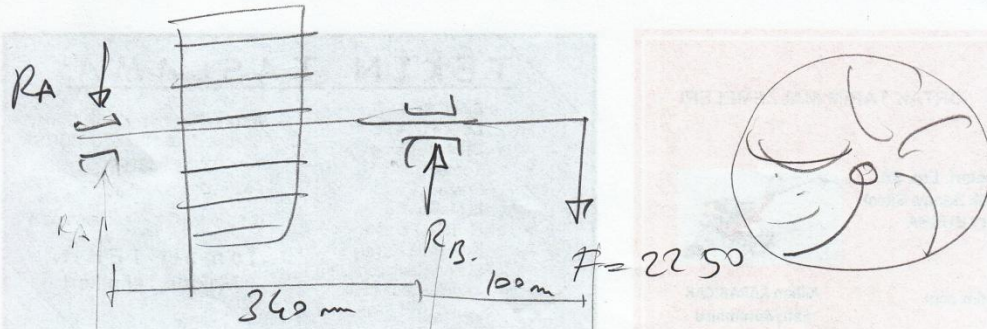
$$\omega_{bkr} = \sqrt{\frac{C_b}{I_m}} = \sqrt{\frac{12468981 \text{ Nmm}}{229 \text{ Ns}^2 \text{ mm}}} = 233 \left[\frac{1}{s} = \frac{rd}{s} \right]$$

$$n = \frac{30}{\pi} \omega = \frac{30}{\pi} 233 = 2228 \text{ d/d}$$

Örnek 3

Şekildeki sanayi tipi bir vantilatörün mili kayış-kasnak ile tahrik edilmektedir. Kasnağın bağlandığı yerde milin çapı 35 mm, rulmanın takılacağı yerde çap 40 mm alınmıştır. Çap geçişinde (faturalı kısımda) köşe kavisi $r=4$ mm dir. Motordan mile bağlı kasnağa ulaşan güç $P=12$ kW olup, 600 d/d ile dönmektedir. Kayışın gerdirilmesi nedeniyle milde oluşturduğu eğme etkisi 2250 N'luk kuvvettir. Mil malzemesi St50 olup. Kasnak mile kama ile bağlanmış olup, mil yüzeyi ince talaş olarak işlenmiştir. Yapılan bu tasarımın kontrolünü yapınız.



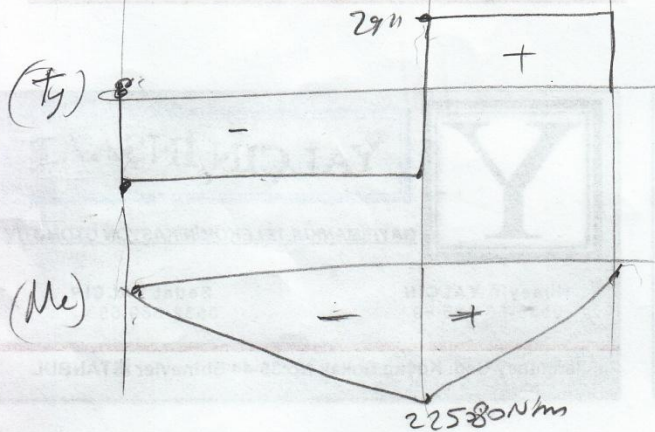


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -R_A + R_B = 2250 \text{ N} = 0$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow -R_A \cdot 340 + 2250 \cdot 100 = 0$$

$$R_A = 662 \text{ N}$$

$$R_B = 2911 \text{ N}$$



$$\tau_e = \frac{M_e}{W_e} \leq \tau_{em}$$

$$225000 \text{ Nmm} \leq \tau_{em}$$

$$\frac{I_x^2}{r} = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi d^3}{32}$$

$$\tau_b = \frac{M_b}{W_b} \leq \tau_{em}$$

$$\tau_{em} \approx \frac{\tau_{b0}}{10}$$

$$\tau_{em} \approx \frac{\tau_{e0}}{10} \text{ alınabilir}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_b}{\pi \tau_{em}}} = 150 \sqrt[3]{\frac{P}{n}} \approx 150 \sqrt[3]{\frac{P}{n}}$$

$$\tau_{e0} \approx \frac{250}{5} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$= 150 \sqrt[3]{\frac{12}{620}} = 40,71 \text{ mm}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_e}{\pi \tau_{em}}}$$

Mit caplar değeri alınır.

35,98 ≈ 35 mm } Epilme + Bırakma
40,71 ≈ 40 mm } dışarıya doğru
mükemmel aksam
kır

$$= \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 225000 \text{ Nmm}}{\pi \cdot 50 \text{ N/mm}^2}}$$

$$d = 35,98 \text{ mm}$$

⑤ Mükerrer perthmeler

• A için

$$\bar{V}_{vm} = \bar{F}_{es} = 39,32 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{V}_{vi} = \bar{F}_{es} + \bar{V}_{es} = 39,32 + 35,03 = 74,35 \text{ N/mm}^2$$

$$\tan \alpha = \frac{74,35}{39,32} \Rightarrow \alpha \approx 62^\circ$$

• B için

$$\bar{V}_{vm} = 39,32$$

$$\bar{V}_{vi} = 39,32 + 40,1 = 79,42$$

$$\tan \alpha = \frac{79,42}{39,32} = \alpha = 63,6^\circ$$

$$\bar{F}_{eAk} = \frac{b_0 \cdot b_1}{\beta_k} \cdot \bar{F}_{eAk}$$

$$\bar{F}_{e0} = \frac{b_0 \cdot b_1}{\beta_k} \cdot \bar{F}_{e0}$$

• A için

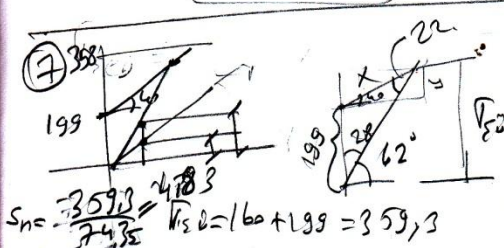
$$\bar{F}_{eAk} = \frac{0,875 \cdot 0,91 \cdot 450}{1} = 358$$

$$\bar{F}_{e0} = \frac{0,875 \cdot 0,91 \cdot 250}{1} = 199$$

• B için

$$\bar{F}_{eAk} = \frac{0,875 \cdot 0,91 \cdot 450}{1,464} = 245$$

$$= \frac{0,875 \cdot 0,91 \cdot 250}{1,464} = 136$$



$$s_{m1} = \frac{359,3}{74,35} = 4,83 \quad s_{m2} = 160 + 199 = 359,3$$

$$\frac{199}{s_{m2}} = \frac{x}{s_{m1}} \quad x = 249$$

$$\frac{y}{249} = \frac{s_{m2}}{s_{m1}} \quad y = 160$$

⑥ $\bar{F}_{eAk}$ ve $\bar{F}_{e0}$ bulunması

$$\bar{F}_{eAk} = 450 \text{ N/mm}^2$$

$$\bar{F}_{e0} = 250 \text{ N/mm}^2$$

• b_0 (Tablo 2) (Pace ^{çap} ^{boyutlu} ^{kesitimi})

• A ve B her iki tarafında

$$\phi 35 \text{ çap } b_0 = 0,875$$

$$\bar{F}_{eAk}' = b_0 \cdot \bar{F}_{eAk} = 0,875 \cdot 450 = 393,75$$

$$\bar{F}_{e0}' = b_0 \cdot \bar{F}_{e0} = 0,875 \cdot 250 = 218,75 \text{ N/mm}^2$$

• b_1 (Tablo 3) (çap ^{boyutlu} ^{kesitimi})

$$\bar{F}_{eK} = 500 \text{ } \left. \begin{array}{l} \text{her taraf} \\ \text{(A ve B) için} \end{array} \right\} b_1 = 0,91$$

β_k (Genel Kesitimi)

$$\beta_k = 9 \cdot (k_c - 1) + 1$$

(Tablo 4) (Tab 5,6)

q için

$$\bar{F}_{eK} = 500$$

$$r = 4$$

	r=4	
700	0,86	0,80=9
500		
400	0,78	

k_c için

$$d/d = 1,142$$

$$r/d = 0,1142$$

	0,10	
1,1	1,58	

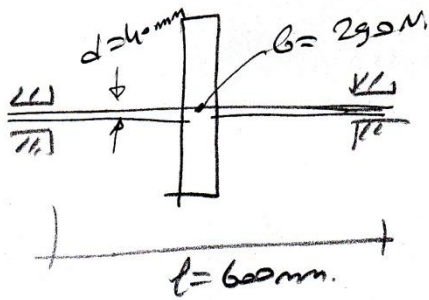
$$\beta_k = 9,80 (1,58 - 1) + 1$$

$$\beta_k = 1,464$$

• B için $(\beta_k = 1)$ için

Örnek 4

Örnek Kütleli ihmal edilen bir mil üzerinde (6)
 290 N ağırlığında bir disk bulunmaktadır.
 Mil çapı 40 mm, yataklara aralığı 600 mm.
 Olup disk milin ortasındadır. Bu sistemin
 kritik devir sayısını bulunuz. ($E = 205 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$).



Ortasında ağırlık bulunan
 bir milin kritik devir
 hızını bulunuz;

$$W_k = \sqrt{\frac{C_e}{m}}$$

$$m = \frac{G}{g} = \frac{290 \text{ N}}{9.81} = \frac{290 \text{ N}}{9810 \text{ mm/s}^2} = 296 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N.s}^2}{\text{mm}}$$

$$C_e = \frac{48EI}{l^3} = \frac{48 \cdot 205 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{\pi \cdot 40^4}{64}}{600^3} = 5730 \text{ N/mm}$$

$$W_k = \sqrt{\frac{C_e}{m}} = \sqrt{\frac{5730 \text{ N/mm}}{296 \cdot 10^{-4} \frac{\text{N.s}^2}{\text{mm}}}} = 440 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \Rightarrow n = \frac{440 \cdot 60}{2\pi} = 4200 \text{ d/d.}$$