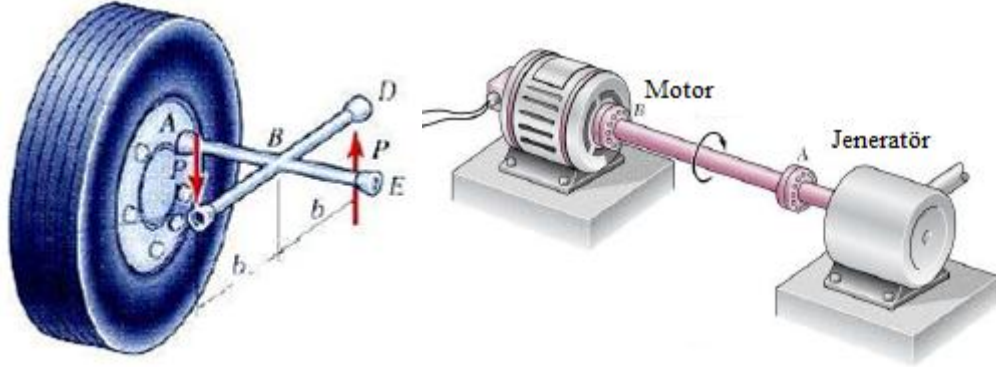


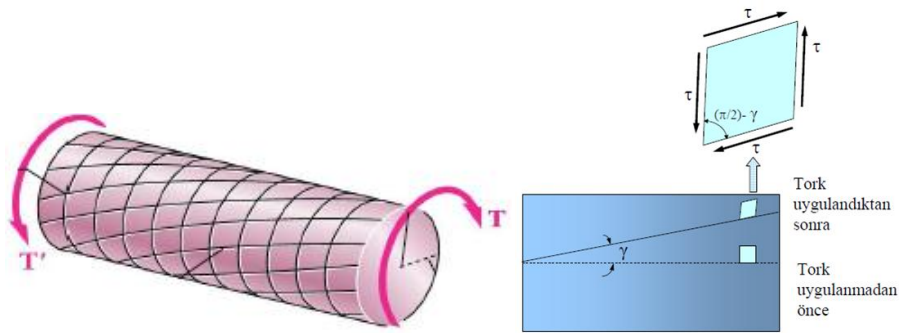
MUKAVEMET(12. Hafta)

BURULMA ZORLANMASI

Burulma momenti (tork) elemanı bir eksen etrafında döndürmeye çalışan momenttir. Bijon anahtar ile tekerin civatasını sıkarken, yada bir türbin jeneratörü çevirirken miller burulmaya zorlanır.



Burulmaya zorlanan miller üzerinde alınan küçük birim elemanın yüzeylerinde kayma gerilmeleri meydana gelir. Bu nedenle burulmanın oluşturduğu gerilme türü kayma gerilmesidir ve hesabı aşağıdaki formüller içerisinde verilmiştir.



Temel Gerilmeler

Çekme / Basma Gerilmesi:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

Kesme Gerilmesi:

$$\tau = \frac{F}{A_0}$$

Eğilme Gerilmesi:

$$\sigma = \frac{M_e}{(I_x/c)}$$

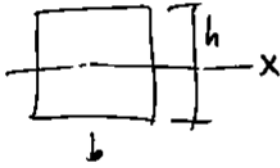
I_x : Kesitin Alan Atalet momenti
 c : eksenin dış kenarına uzaklık

Burulma Gerilmesi:

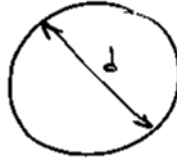
$$\tau = \frac{M_b}{(I_p/r)}$$

I_p : Kesitin polar atalet momenti
 r : merkezden dış kenara uzaklık

I_p : Kesitin polar atalet momenti
 r : merkezden dış kenara uzaklık

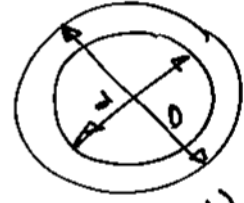


$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$



$$I_x = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$I_p = I_x + I_y = \frac{\pi d^4}{32}$$



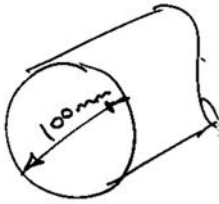
$$I_x = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$$



Dairesel kesitli bir milde en dıştaki çerçevede en büyük burulma kayma gerilmesi oluşur. Formül incelenirse merkezden dışarı doğru açıldıkça gerilme artar.

Örnek 1 Şekildeki: mil burulmaya zorlanırken oluşan maksimum kayma gerilmesi: 56 MPa'dır. Bu gerilme, oluşturan Momenti (Tork) hesaplayınız.



$$(\tau_b)_{\max} = 56 \text{ MPa}$$

Bu gerilme en dışta oluşur.

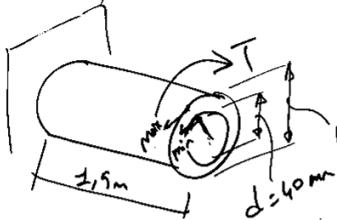
$$\tau_b = \frac{M_b}{I_p/r} \Rightarrow 56.000.000 \frac{\text{Pa}}{\text{N/m}^2} = \frac{M_b}{\frac{\pi \cdot d^4}{32} / r}$$

$$M_b = 56.000.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\pi \cdot 0,1^4}{32} \cdot \frac{1}{0,05 \text{ m}} = 10.990 \text{ Nm}$$

$$\approx 11 \text{ kNm}$$

Not: $56 \text{ MPa} = 56.000.000 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 56 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

Örnek 2 a) Şekildeki gibi bir milde kayma gerilmesi: 120 MPa aşmayacak şekilde uygulanabilir. en büyük tork nedir?
b) Bu durumda milde en büyük kayma gerilmesi ne olur.



$$\tau_b = \frac{M_b}{I_p/r} \Rightarrow 120 \text{ MPa} = 120 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \frac{M_b}{\frac{1.070.500 \text{ mm}^4}{30 \text{ mm}}}$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} (60^4 - 40^4)$$

$$I_p = 1.070.500 \text{ mm}^4$$

$$M_b = 120 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot \frac{1.070.500 \text{ mm}^4}{30 \text{ mm}}$$

$$M_b = 4.082.000 \text{ Nmm} = 4,082 \text{ Nm}$$

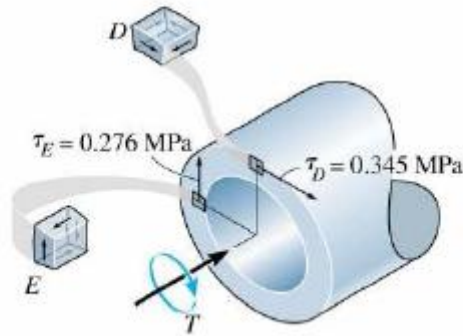
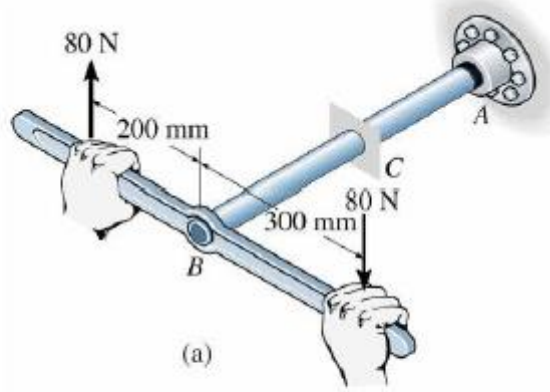
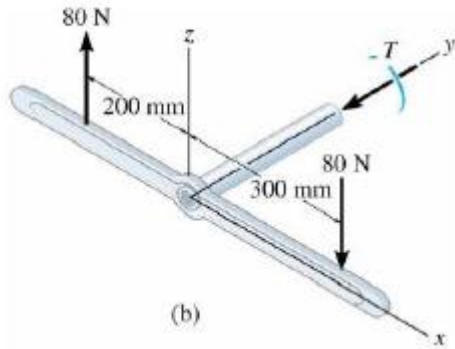
b)

$$\tau_b = \frac{M_b}{I_p/r} \Rightarrow \tau_b = \frac{4.082.000 \text{ Nmm}}{\frac{1.070.500 \text{ mm}^4}{20 \text{ mm}}} = 80 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 80 \text{ MPa}$$

CALIŞMA SORUSU:

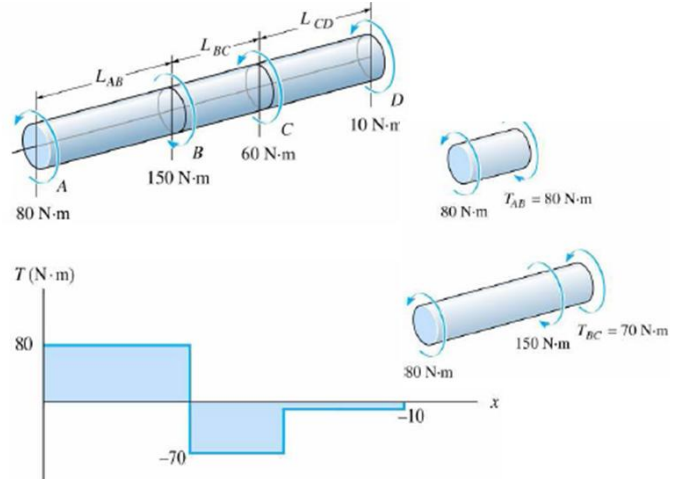
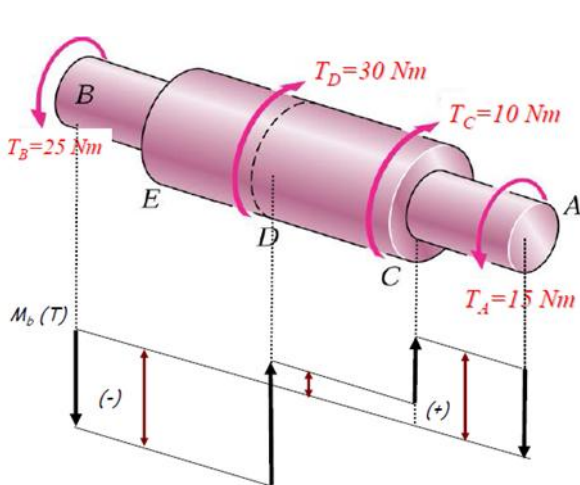
Şekilde görülen burulmaya zorlanan borunun iç çapı 80 mm dış çapı 100 mm dir. Kayma gerilmelerini ve dağılımını bulunuz.

YNT:



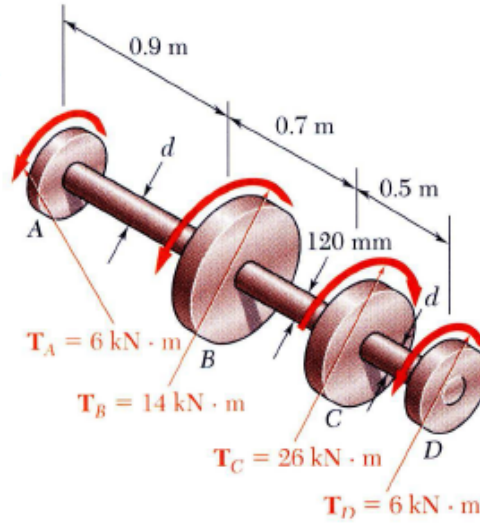
Burulma Momenti Diyagramının Çizilmesi

Milin değişik kesitlerindeki burulma momentlerini bulmak için öncelikle mesnet tepki momenti varsa, o hesaplanır. Ardından momentlerin yönüne göre diyagram aşağıdaki şekillerde oluşturulur. (Not: Bu konu tahtada anlatılmıştı. Fotoğraflarını çekme unutulmuştur. Aşağıdaki örneklerden konuyu öğrenmeye çalışın).



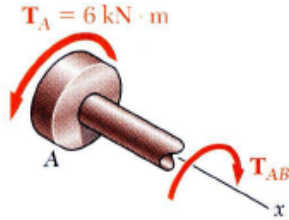
Örnek Prob:

Yanda üzerinde dört adet kasnak olan bir mil görülmekte. Milin BC kısmının içi boş olup iç çapı 90 mm ve dış çapı 120 mm dir. Milin AB ve CD kısımlarının içi dolu olup d çapındadır. Verilen yükleme hali için (a) Milin BC kısmındaki en büyük ve en küçük kayma gerilmelerini bulunuz (b) Mil malzemesinin hasarlanmadan taşıyabileceği en büyük kayma gerilmesi 65 MPa ise AB ve CD kısımlarının d çapı en az ne olmalıdır.



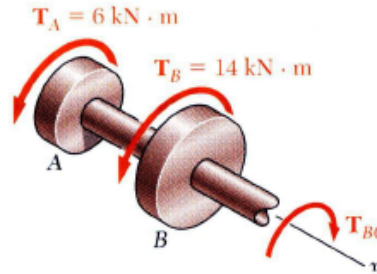
SOLUTION:

- İç kuvvetleri (iç torku) bulmak in kesit yöntemi uygulanırsa



$$\sum M_x = 0 = (6 \text{ kN} \cdot \text{m}) - T_{AB}$$

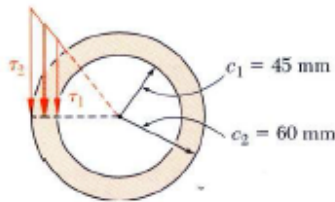
$$T_{AB} = 6 \text{ kN} \cdot \text{m} = T_{CD}$$



$$\sum M_x = 0 = (6 \text{ kN} \cdot \text{m}) + (14 \text{ kN} \cdot \text{m}) - T_{BC}$$

$$T_{BC} = 20 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

- BC deki gerilmeleri bulmak için elastik burulma formülü uygulanırsa,



$$J = \frac{\pi}{2} (c_2^4 - c_1^4) = \frac{\pi}{2} [(0.060)^4 - (0.045)^4]$$

$$= 13.92 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$\tau_{\max} = \tau_2 = \frac{T_{BC} c_2}{J} = \frac{(20 \text{ kN} \cdot \text{m})(0.060 \text{ m})}{13.92 \times 10^{-6} \text{ m}^4}$$

$$= 86.2 \text{ MPa}$$

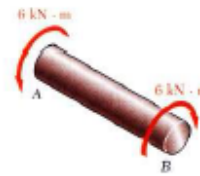
$$\frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} = \frac{c_1}{c_2} \quad \frac{\tau_{\min}}{86.2 \text{ MPa}} = \frac{45 \text{ mm}}{60 \text{ mm}}$$

$$\tau_{\min} = 64.7 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} = 86.2 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\min} = 64.7 \text{ MPa}$$

- Mukavemet şartından gerekli çap,

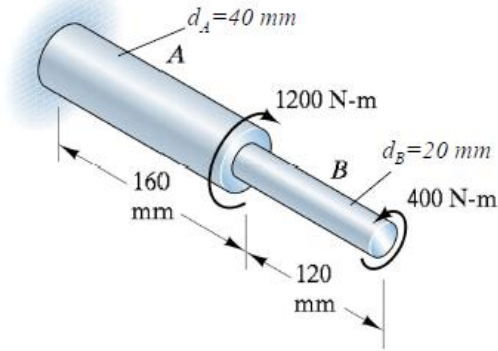


$$\tau_{\max} = \frac{Tc}{J} = \frac{Tc}{\frac{\pi}{2} c^4} \quad 65 \text{ MPa} = \frac{6 \text{ kN} \cdot \text{m}}{\frac{\pi}{2} c^3}$$

$$c = 38.9 \times 10^{-3} \text{ m}$$

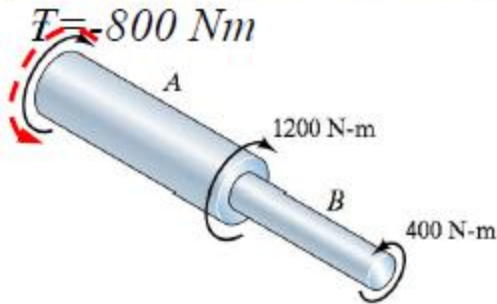
$$d = 2c = 77.8 \text{ mm}$$

ÖRNEK :

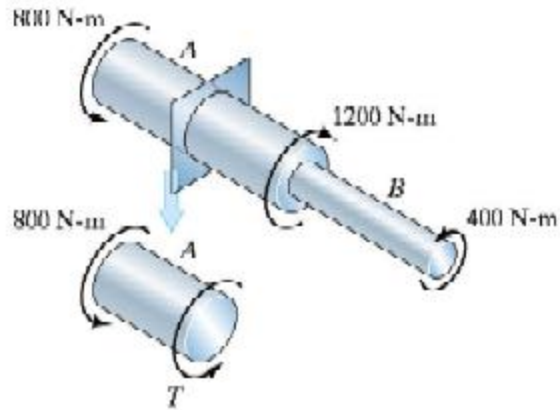


- A ve B kısımlarındaki gerilmeleri bulunuz

Mesnetteki tepki momenti



A kısmındaki gerilme

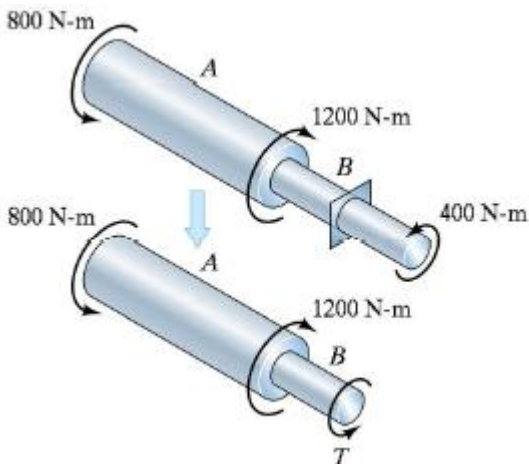


$$T_A = -800 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$J_A = \frac{\pi R_A^4}{2} = \frac{\pi (0.02)^4}{2} = 2.51 \times 10^{-7} \text{ m}^4$$

$$\tau_{A_{\max}} = \frac{|T_A| R_A}{J_A} = \frac{(800)(0.02)}{2.51 \times 10^{-7}} = 63.7 \text{ MPa}$$

B kısmındaki gerilme



$$J_B = \frac{\pi R_B^4}{2} = \frac{\pi (0.01)^4}{2} = 1.57 \times 10^{-8} \text{ m}^4$$

$$\tau_{B_{\max}} = \frac{|T_B| R_B}{J_B} = \frac{(400)(0.01)}{1.57 \times 10^{-8}} = 255 \text{ MPa}$$