

6.5 Alan Atalet Momenti

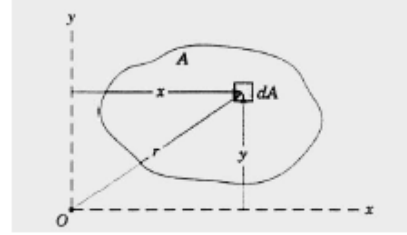
Eksene Göre:

$$I_x = \int y^2 dA$$

$$I_y = \int x^2 dA, \quad r^2 = x^2 + y^2$$

$$I_z = \int r^2 dA, \text{ Polar atalet momenti}$$

$$I_z = \int (x^2 + y^2) dA = \int x^2 dA + \int y^2 dA = I_x + I_y$$



Alan atalet momenti göz önüne alınan eksene

göre

A alanının dağılımının ölçümü olup, alanın sabit bir özelliğidir.

Boyutu: (uzaklığın)⁴=4 ⇒ m⁴ dir.(SI)

Gerçek cisimler için atalet momenti KÜTLE atalet momenti olarak hesaplanır.

Kütlenin söz konusu eksene göre dağılımının ölçümüdür. EKSENE GÖRE KÜTLE ATALET MOMENTİ:

$$a_t = r\alpha = r\dot{\omega} = r\ddot{\theta}$$

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a} \Rightarrow F_t = ma_t$$

$F_t = r\alpha dm$ bulunur. Bunun OO' ne göre

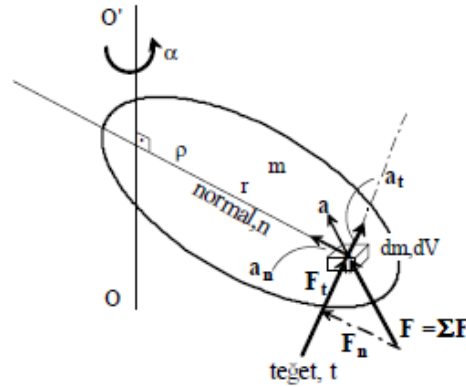
momenti $r(r\alpha dm) = r^2\alpha dm$ dir.

Bu tür kuvvetlerin toplam momenti katı

Cismin tüm noktaları için

$\int r^2\alpha dm$ integrali ile hesaplanır.

NOT: $F_n = mr\omega^2$ nin OO' ne göre momenti SIFIRDIR.



$$M_{OO'} = \int r^2 \alpha dm = \alpha \int r^2 dm, \quad \alpha : \text{tek}$$

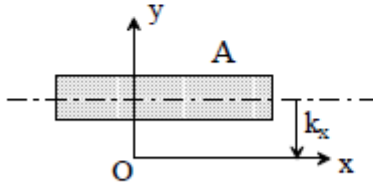
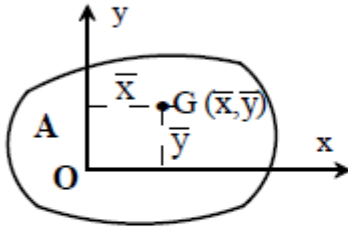
$\int r^2 dm = I$ ile gösterilir. Ve OO' eksenine göre m kütle sinin KÜTLE ATALET MOMENTİ adını alır.

$I = \int r^2 dm$, cismin α açısal ivmesine karşı direncini temsil eder.

$$I = \int r^2 dm = \int r^2 (\underbrace{\rho}_{dm} dV), \quad \begin{array}{l} \rho : \text{yoğunluk} \\ V : \text{Hacim} \end{array}$$

$I = \rho \int r^2 dV$ $\rho = \text{sabit ise..Aksi halde integral içerisinde kalır.}$

6.6 Atalet Yarıçapı (Radius Of Gyration)

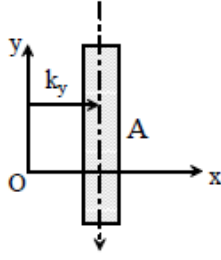


A alanının x ekseninden uzaklığı k_x olan ince bir şeride sıkıştıralım.

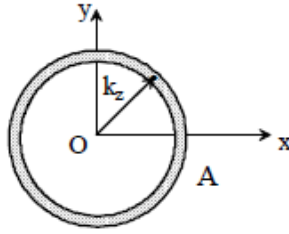
$I_x = k_x^2 A$ yazılır. k_x 'e A alanının x eksenine göre atalet yarıçapı denir.

$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}$$

$$I_y = k_y^2 A$$



$$k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$



$$I_z = k_z^2 A \Rightarrow k_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}}$$

NOT: A alanının göz önüne alınan eksene göre dağılımının ölçümünü ATALET YARIÇAPI olarak tanımlarız.

İndisi atarsak; m kütlelerinin bir eksene göre atalet yarıçapı

$$k = \sqrt{\frac{I}{m}} \text{ veya } I = k^2 m \text{ dir.}$$

NOT: A alanının G kütle merkezinin $\bar{x}$, $\bar{y}$ veya x_G, y_G koordinatları ile atalet yarıçapı karıştırılmamalıdır.

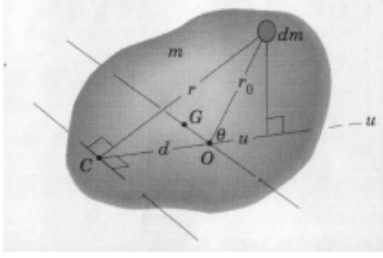
$\bar{y}^2$, A alanının elemanlarının x eksenine olan uzaklıklarının ortalama karesidir.

k_x^2 ise elemanların x eksenine olan uzaklıklarının karelerinin ortalamasıdır

Yani $I_x \neq A\bar{y}^2$ (Ortalamanın karesi, karelerin ortalamasından daha küçük)

6.7 Alan Atalet Momentinin Nakli (Transfer Of Axes)

Kütle merkezinden geçen bir eksene göre bir cismin atalet momenti biliniyorsa, paralel bir eksene göre atalet momentinin bulunması. Şekildeki iki paralele eksen alalım.



$$I = \int r^2 dm,$$

$$r^2 = r_0^2 + d^2 + 2r_0 d \cos \theta$$

$$I = \int (r_0^2 + d^2 + 2r_0 d \cos \theta) dm$$

$$I = \int r_0^2 dm + d^2 \int dm + 2d \int r_0 \cos \theta dm$$

$$I = \int r_0^2 dm + d^2 m + 2d \int m dm$$

$$I = \bar{I} + md^2 + 0 \text{ (Kütle merkezinin } u \text{ koordinatı sıfırdır)}$$

$$I = \bar{I} + md^2$$

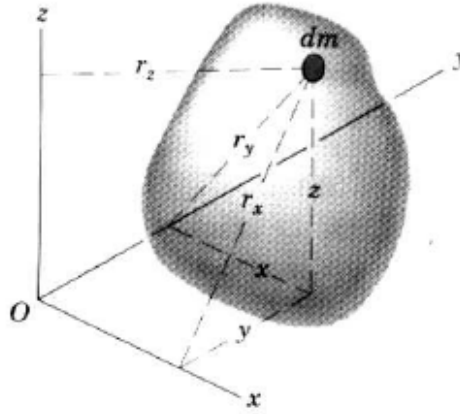
$$I_x = \bar{I}_x + md_x^2 ; I_y = \bar{I}_y + md_y^2 \text{ ve } I_z = \bar{I}_z + md_z^2 \text{ yazılır.}$$

Düzlemsel harekette dönme, düzleme dik bir eksen etrafında olur. Bu nedenle kütle atalet momentini $I = \int r^2 dm$ şeklinde bir tek sembol ile gösteririz. Ve eğer levha x,y

$$I_{xx} = \int r_x^2 dm = \int (y^2 + z^2) dm$$

$$I_{yy} = \int r_y^2 dm = \int (x^2 + z^2) dm$$

$$I_{zz} = \int r_z^2 dm = \int (x^2 + y^2) dm$$



Kütle atalet momenti ile Alan atalet momenti arasındaki benzerlik:

$$I_{zz} = \int r_z^2 dm = \int r_z^2 (\rho t dA)$$

$$I_{zz} = \rho t \underbrace{\int r_z^2 dA}_{I_z} = \rho t I_z$$

Kütle atalet momenti birim alanın kütlesi ile I_z polar atalet momentinin çarpımına eşittir. Benzer olarak

$$I_{xx} = \underbrace{\rho t}_{\substack{\text{Birim} \\ \text{Alanın} \\ \text{Kütlesi}}} I_x \text{ ve } I_{yy} = \underbrace{\rho t}_{\substack{\text{Birim} \\ \text{Alanın} \\ \text{Kütlesi}}} I_y \text{ elde edilir.}$$

Çift indis plakanın kütle atalet momentini ve tek indis plakanın ALAN atalet momentini temsil ediyor.

NOT: Alan Atalet momentinde $I_z = I_x + I_y$ idi.

Kütle atalet momentini için

$$I_{xx} + I_{yy} = \rho t I_x + \rho t I_y = \rho t (I_x + I_y) = \rho t I_z = I_{zz}$$

$I_{zz} = I_{xx} + I_{yy}$ NOT: Bu bağıntı t kalınlığının veya z koordinatlarının x ve y nin yanında küçük olması halinde geçerlidir.

Bu bağıntı dz kalınlığındaki levha için diferansiyel kütle elemanı ile ilgilenildiği zaman yararlıdır.

$$dI_{zz} = dI_{xx} + dI_{yy} \text{ Şeklinde uygulanır.}$$

Problem 6.1: Şekildeki alanın x_1x_1 ve y_1y_1 eksenlerine göre atalet momentlerini bulunuz.

Çözüm:

G kütle merkezinden geçen x,y'ye göre:

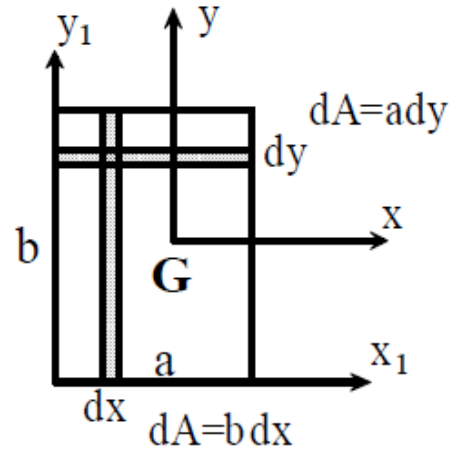
x'e göre kesit alımsın. $I_x = \int dI_x$

$$I_x = \int y^2 dA = \int_{-b/2}^{b/2} y^2 a dy$$

$$I_x = a \frac{y^3}{3} \Big|_{-b/2}^{b/2} = \frac{ab^3}{12}$$

$$I_y = \int dI_y = \int_{-a/2}^{a/2} x^2 b dx = b \frac{x^3}{3} \Big|_{-a/2}^{a/2} = \frac{ba^3}{12}$$

Aynı işlemler I_{x_1} ve I_{y_1} için farklı sınırlarla kullanılır.

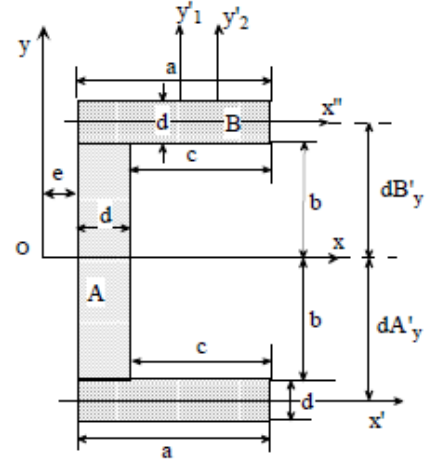


Problem 6.3: Şekildeki kanal kesitinin x ve y eksenlerine göre atalet momentini elde ediniz.

Çözüm: A alanı için I_{x_A} kütle merkezinden geçen eksene göre atalet momentidir. Buna kısaca O merkezi atalet moment de denir.

B alanları $I = I_G + Ad^2$ geçerlidir.

$$I_{xB} = I_{xB} + \underbrace{(ad)}_A \underbrace{\left(b + \frac{d}{2}\right)^2}_{dA_y'}$$



Bütün kanalın x eksenine göre atalet momentini

$$I_x = I_{xA} + 2I_{xB} \text{ yazılır.}$$

Aynı I_x momentini kanal kesitinin alanı

$C = a(2d + 2b)$ dikdörtgeninden alanı $D = c(2b)$ olan dikdörtgenin kesilip çıkarılması ile de elde ederiz. x eksen bu iki dikdörtgen için de merkezi eksen olduğundan paralel eksen teoremine göre $I_x = I_{xC} - I_{xD}$ yazılır. Bu yol daha kolaydır.

$$\left[(ab) \left(b + \frac{d}{2} \right)^2 \right] \text{ hesabına gerek kalmaz}$$

I_y nin hesabında her parça için paralel eksen teoremini kullanmak gereklidir. Bu nedenle parça sayısını minimumda tutmak yararlıdır. Alanı $C = a(2b + 2d)$, $D = a(2b)$

$$\text{olan parçalarda hesap yapılırsa } I_y = I_{y_G} + a(2b + 2d) \left(e + \frac{a}{2} \right)^2 + I_{y_D} + c(2b) \left(e + d + \frac{a}{2} \right)^2$$

elde edilir.

Problem 6.4: ab dikdörtgeninin x_1 , y_1 ve x_2 , y_2 eksenlerine göre atalet momentlerini bulunuz.

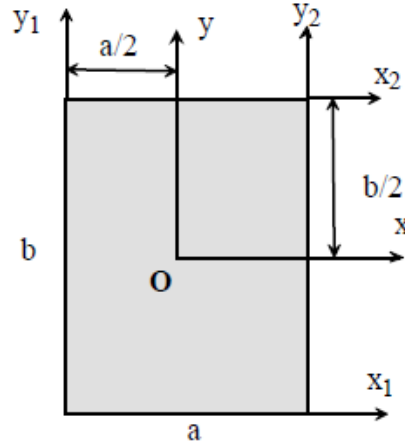
Çözüm:

$$I_{x1} = I_x + Ad^2$$

$$I_{x1} = \underbrace{\frac{1}{12}ab^3}_{1. \text{ Örnek}} + (ab)\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$I_{x1} = \frac{1}{12}ab^3 + \frac{1}{4}ab^3$$

$$I_{x1} = \frac{1}{3}ab^3$$



$$I_{y1} = I_y + Ad^2 = \underbrace{\frac{1}{12}ba^3}_{1. \text{ Örnek}} + (ab)\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$I_{y1} = \frac{1}{12}a^3b + \frac{1}{4}a^3b = \frac{1}{3}ba^3 \text{ bulunur.}$$

$$I_{x2} = I_x + Ad^2 = \frac{1}{12}ab^3 + (ab)\left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$I_{x2} = \frac{1}{12}ab^3 + a\frac{b^3}{4} = \frac{4ab^3}{12} = \frac{1}{3}ab^3$$

$$I_{y2} = I_y + Ad^2 = \frac{1}{12}ba^3 + (ab)\left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$I_{y2} = \frac{1}{3}ba^3$$

NOT: Kütle merkezinden eşit uzaklıkta olan paralel doğrulara göre atalet momentleri eşittir. Çünkü hesaplarda uzaklığın karesi yer alır.

Problem 6.5: Örnek problem 3 deki kanal kesitinin x, x' ve y eksenlerine göre atalet momentlerini a=10 cm b=9 cm, d=2 cm, e=4 cm için hesaplayınız. Ayrıca J_0 polar atalet momentini bulunuz.

Çözüm: A ve B parçalarının merkezlerinden geçen eksenlere göre atalet momentlerini I_A ve I_B ile gösterelim.

$$I_x = I_{Ax} + A_A d_{Ay}^2 + 2(I_{Bx} + A_B d_{By}^2)$$

$$I_x = \frac{1}{12}(2b)^3 d + (2bd)(0) +$$

$$2 \left[\frac{1}{12} d^3 a + (ad) \left(b + \frac{d}{2} \right)^2 \right]$$

$$I_x = \frac{1}{12}(2 \times 8)^3 (2) + 0 + 2 \left[\frac{1}{12}(2)^3 (10) + (10)(2) \left(8 + \frac{2}{2} \right)^2 \right]$$

$$I_x = 683 \text{ cm}^4 + 2(6.7 + 1620) \text{ cm}^4 = 3936 \text{ cm}^4$$

$$I_y = I_{Ay} + A_A d_{Ax}^2 + 2(I_{By} + A_B d_{Bx}^2)$$

$$I_y = \frac{1}{12}(2h)d^3 + (2bd) \left(e + \frac{d}{2} \right)^2 + 2 \left[\frac{1}{12} da^3 + ad \left(e + \frac{a}{2} \right)^2 \right]$$

$$I_y = \frac{1}{12}(16)(2)^3 + 2(8 \times 2)(4 + 1)^2 + 2 \left[\frac{1}{12}(2)(10)^3 + (10)(2)(4 + 5)^2 \right]$$

$$I_y = 4384 \text{ cm}^4$$

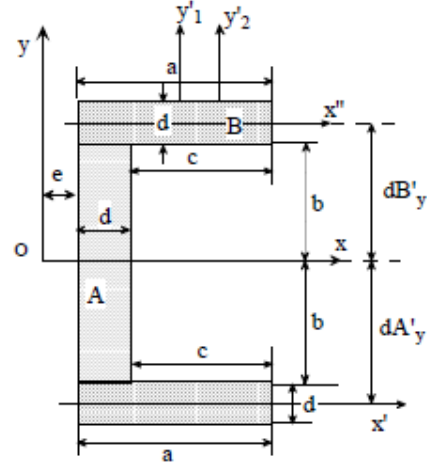
$$I_{x1} = I_{Ax} + A_A d_{Ay'}^2 + I_{Bx''} + A_B d_{By'}^2 + I_{Bx'}$$

$$I_{x'} = \frac{1}{12}(16)^3 (2) + (16)(2)(8 + 1)^2 + \frac{1}{12}(10)(2)^3 +$$

$$(10)(2)(16 + 2)^2 + \frac{1}{12}(10)(2)^3$$

$$I_{x'} = 9768 \text{ cm}^4$$

$$J_0 = I_x + I_y = 3936 + 4384 = 8320 \text{ cm}^4$$



Problem 7: Şekildeki cismin asal atalet momentlerini hesaplayınız. Asal atalet eksenlerini belirleyiniz.

Çözüm:

x ve y eksenlerine göre I_x ve I_y yi hesaplayalım.

$$I_x = I_{x1} + I_{x2}$$

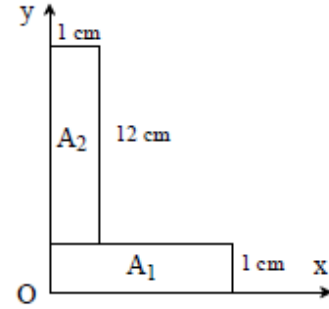
$$I_x = \frac{1}{12}(10 \text{ cm})(1 \text{ cm}^3) + (10 \text{ cm}^2)(0,5 \text{ cm}^2)$$

$$+ \frac{1}{12}(1 \text{ cm})(11 \text{ cm})^3 + (11 \text{ cm}^2)(6,5 \text{ cm})^2$$

$$I_x = 579 \text{ cm}^4$$

Her alanın merkezselsel ekseni simetri ekseni

Olduğundan, her alanın merkezi eksenlere göre atalet çarpanı sıfırdır.



$$I_y = I_{y1} + I_{y2}$$

$$I_y = \frac{1}{12}(10 \text{ cm})^3(1 \text{ cm})$$

$$+ (10 \text{ cm}^2)(0,5 \text{ cm})^2$$

$$I_y = 337 \text{ cm}^4$$

Problem 9: m kütleli, r yarıçaplı dik silindirin O-O eksenine göre atalet momentini ve atalet yarıçapını bulunuz.

Çözüm:

Kütle elemanı

$$\rho dV = \rho t r_0 dr_0 d\theta$$

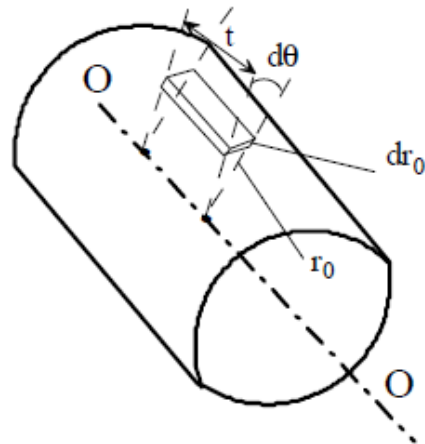
ρ = yoğunluk

$$I_{O-O} = I = \int r_0^2 dm$$

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^r \int_0^r (\rho t r_0) dr_0 d\theta = \rho t \int_0^{2\pi} \int_0^r r_0^3 dr_0 d\theta$$

$$I = \rho t 2\pi \left(\frac{r^4}{4} \right)_0^r = \frac{\rho t \pi r^4}{2} = \frac{1}{2} (\rho \pi r^2) r^2$$

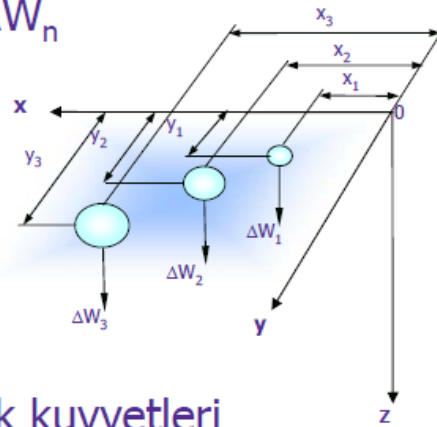
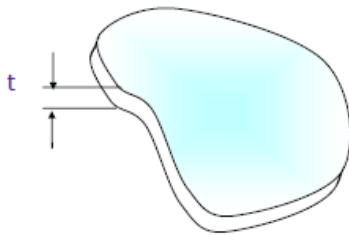
$$I = \frac{1}{2} m r^2 \quad \text{cevap}$$



Atalet yarıçapı $k = \sqrt{\frac{I}{m}}$ $k = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}mr^2}{m}} = \frac{r}{\sqrt{2}}$ cevap

Ağırlık kuvvetlerinin bileşkelerine cismin ağırlığı, ve bu kuvvetlerinin bileşkesinin tatbik noktasına cismin ağırlık merkezi denir. Dünyanın katı bir cisme tatbik ettiği yer çekim kuvvetleri dünyanın merkezine yöneliktir. Bu kuvvetleri çok büyük bir yaklaşıkla paralel kuvvetler olarak ele alınabilir. Mühendislikte bir cisme uygulanan ağırlık kuvvetlerinin veya bazı sebeplerle tatbik edilen kuvvetlerin bileşkesinin tatbik noktalarının bilinmesi gerekmektedir.

$$W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \dots + \Delta W_n$$



Şekil 5.1 Ağırlık kuvvetleri

Eksenlere göre momentleri yazalım ;

$$\begin{aligned}x \cdot \gamma \cdot t \cdot \Delta A &= \gamma \cdot t \sum_{i=1}^n x_i A_i \\&= \gamma \cdot t (x_1 \cdot A_1 + x_2 \cdot A_2 + \dots + x_n \cdot A_n) \\x \cdot A &= \sum_{i=1}^n x_i A_i = x_1 \cdot A_1 + x_2 \cdot A_2 + \dots + x_n \cdot A_n\end{aligned}$$

Kütle Merkezi;

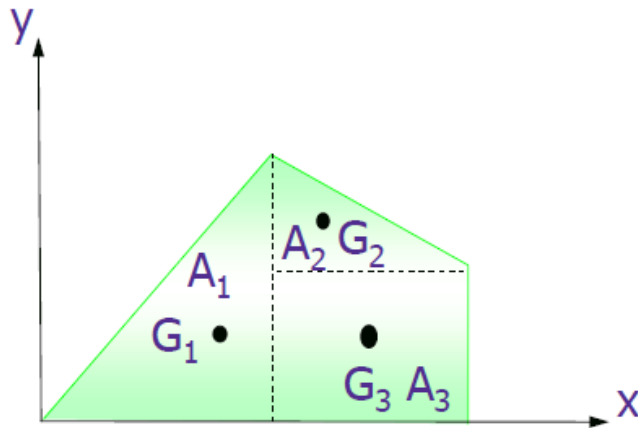
$$x = \frac{1}{A} \int x \cdot dA \quad \text{benzer şekilde} \quad y = \frac{1}{A} \int y \cdot dA$$

$$S_x = \int y.dA \quad S_y = \int x.dA$$

Burada $\int x.dA$ 'ya alanın y eksenine göre statik momenti veya y eksenine göre birinci momenti denir.

$\int y.dA$ da alanın x eksenine göre statik momenti yada birinci momentidir.

5.2 BİRLEŞİK ALANLARIN AĞIRLIK MERKEZİ



$$G_1 = (x_1, y_1)$$

$$G_2 = (x_2, y_2)$$

$$G_3 = (x_3, y_3)$$

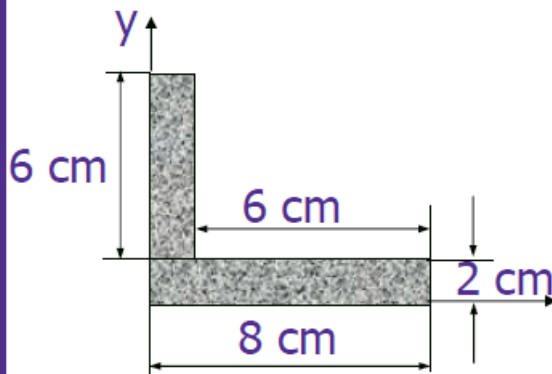
$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$xA = x_1 A_1 + x_2 A_2 + x_3 A_3$$

$$x = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 + x_3 A_3}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

$$y = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + y_3 A_3}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

Ağırlık merkezinin koordinatlarını bulunuz.



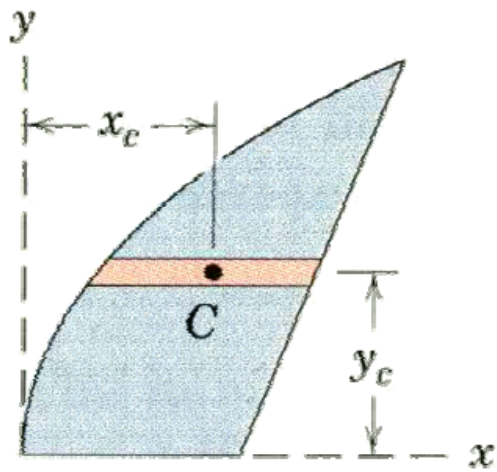
$$x = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A}$$

$$\frac{1.(12) + 4.(16)}{28} = \frac{76}{28} = 2,71 \text{ cm}$$

$$y = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A}$$

$$\frac{5.(12) + 1.(16)}{28} = \frac{76}{28} = 2,71 \text{ cm}$$

Taralı alanın ağırlık merkezinin integral ifadesi;

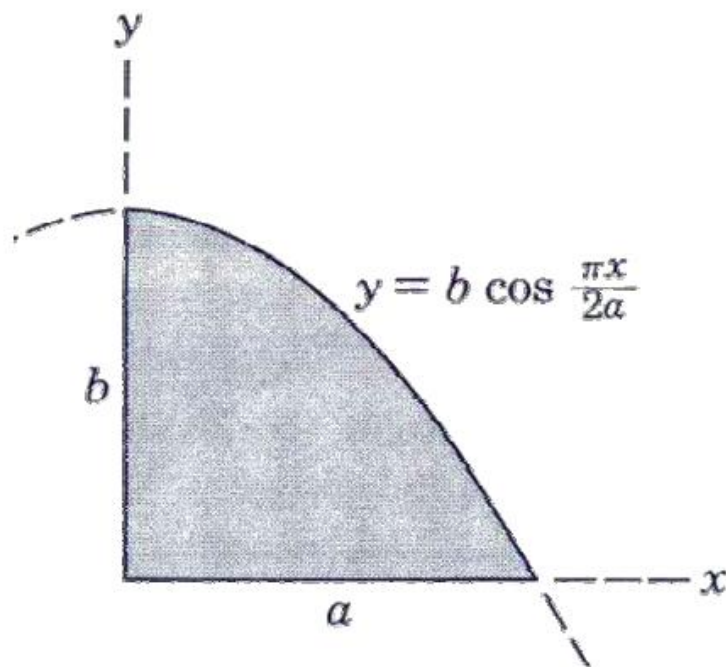


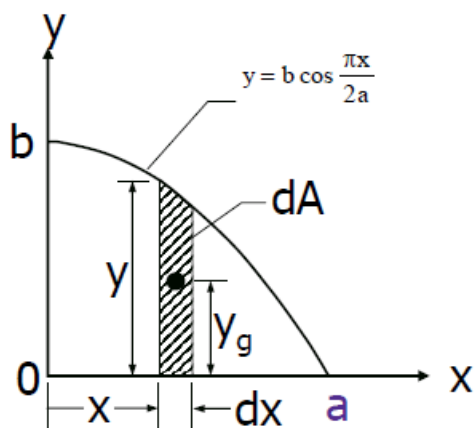
$$\bar{x} = \frac{\int x_g dA}{A}$$

$$\bar{y} = \frac{\int y_g dA}{A}$$

Örnek 3.2

Taralı alanın ağırlık merkezinin bulunması,





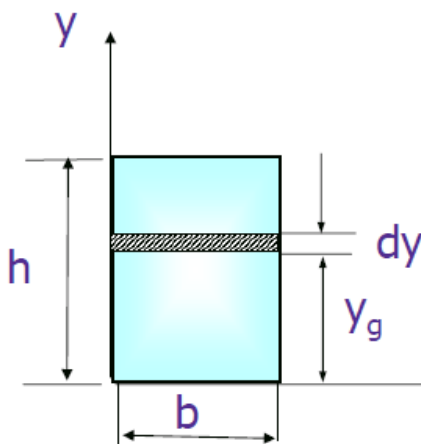
$$\begin{aligned}
 A &= \int dA, \quad \text{burada } dA = y dx \\
 &= \int_0^a y dx = \int_0^a b \cos \frac{\pi x}{2a} dx \\
 &= b \left[\frac{2a}{\pi} \sin \frac{\pi x}{2a} \right]_0^a = \frac{2ab}{\pi} \left[\sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 \right] \\
 A &= \frac{2ab}{\pi}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{y}A &= \int y_g dA = \int_0^a y_g (y dx) = \int_0^a \frac{y}{2} (y dx) = \frac{1}{2} \int_0^a y^2 dx \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^a b^2 \cos^2 \frac{\pi x}{2a} dx = \frac{b^2}{2} \left[\frac{x}{2} + \frac{a}{2\pi} \sin \frac{\pi x}{a} \right]_0^a = \frac{b^2}{2} \left[\left(\frac{a}{2} + 0 \right) - (0 + 0) \right]_0^a \\
 &= \frac{ab^2}{4}
 \end{aligned}$$

$$\bar{y} = \frac{ab^2}{4A} = \frac{ab^2}{4} \left(\frac{\pi}{2ab} \right) = \frac{\pi b}{8}$$

$$\begin{aligned} \bar{x}A &= \int x_g dA = \int_0^a x_g (y dx) = \int_0^a x (b \cos \frac{\pi x}{2a}) dx \\ &= b \int_0^a x \cos \frac{\pi x}{2a} dx = b \left[\frac{4a^2}{\pi^2} \cos \frac{\pi x}{2a} + \frac{2a}{\pi} x \sin \frac{\pi x}{2a} \right]_0^a = b \left[\frac{4a^2}{\pi^2} (0-1) + \frac{2a}{\pi} (a-0) \right] \\ &= \frac{4a^2 b}{\pi^2} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) \end{aligned}$$

Dikdörtgenin ağırlık merkezini integral yardımıyla bulunması,



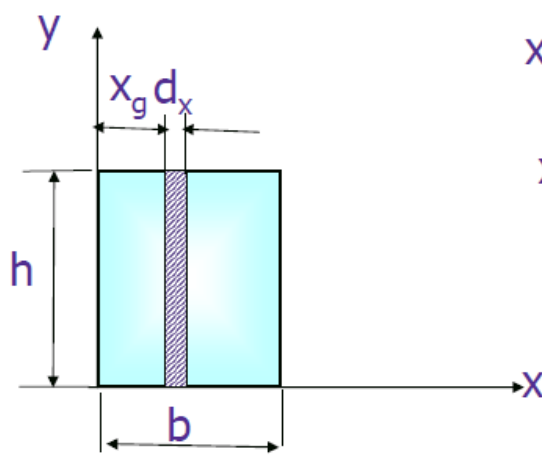
$$y.A = \int y_g . dA$$

$$y.b.h = \frac{b.h^2}{2}$$

$$y.b.h = \int y.b.h.dy$$

$$y = \frac{h}{2}$$

$$y.b.h = b. \left. \frac{y^2}{2} \right|_0^h$$



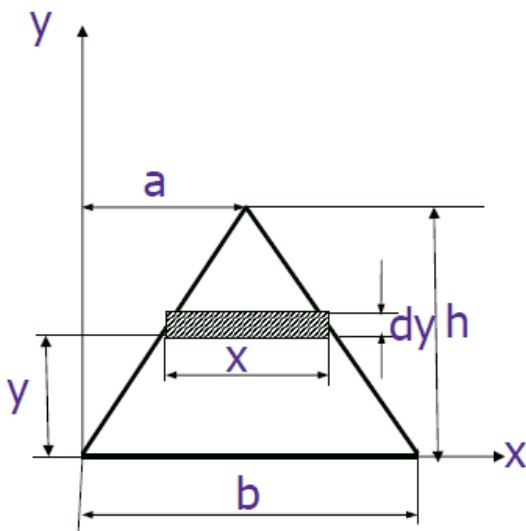
$$x.b.h = \int_0^b x.dA \quad dA = h.dx$$

$$x.b.h = \int_0^b x.h..dx$$

$$x.b.h = h. \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^b$$

$$x = \frac{b}{2}$$

Üçgenin ağırlık merkezini integral yardımıyla bulunması,



$$dA = x.dy$$

$$\frac{x}{b} = \frac{h-y}{h}$$

$$x = \frac{b.(h-y)}{h}$$

$$y.A = \int y.dA$$

$$y. \frac{b.h}{2} = \int y.x dy$$

$$y \frac{b.h}{2} = \int_0^h y. \frac{b}{h} (h - y).dy$$

$$y \frac{b.h}{2} = \frac{b}{h} \int_0^h (hy - y^2).dy$$

$$y = \frac{h}{3}$$

5.5 DÖNEL CİSİMLER (PAPPUS GULDİN TEOREMLERİ)

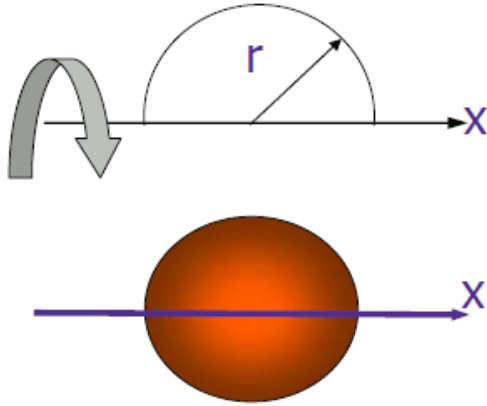
Teorem.1: Bir düzlem eğrinin kendi düzlemi içinde fakat kendini kesmeyen bir eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel yüzeyin alanı eğrinin uzunluğuyla dönme sırasında ağırlık merkezinin kat ettiği yolun çarpımına eşittir.

$$A = 2\pi y_g L$$

$$dA = 2\pi y_g dL$$

$$A = 2\pi. \int y_g dL$$

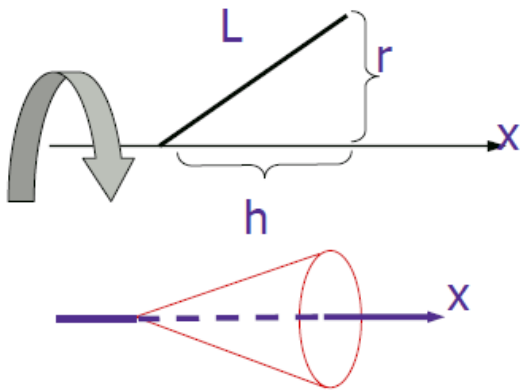
Yarım çember yayından küre yüzey alanının elde edilmesi



$$A = 2\pi \frac{4r}{3\pi} \cdot \pi \cdot r$$

$$A = \frac{8}{3} \pi \cdot r^2$$

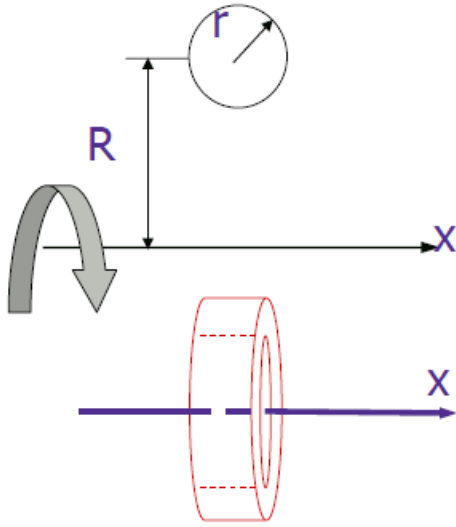
Eğik bir doğrunun x eksenini etrafında döndürülmesi ile koni yüzey alanının hesabı



$$A = 2\pi \cdot \frac{r}{2} \cdot L \quad (\text{koni})$$

$$A = \pi \cdot r \cdot L$$

Çemberden tor yüzey alanının hesabı

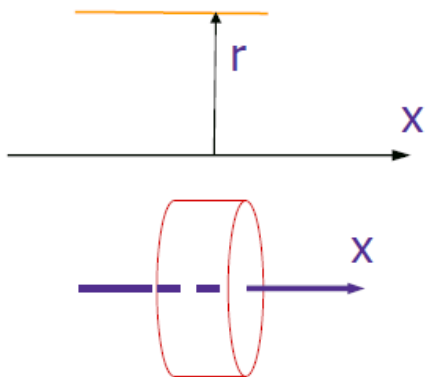


$$A = 2\pi \cdot 2\pi \cdot R \quad (\text{tor})$$

$$A = 4\pi^2 \cdot r \cdot R$$

X eksenine paralel bir doğrudan silindir yüzey alanının elde edilmesi

h



$$A = 2\pi \cdot r \cdot h \quad (\text{silindir})$$

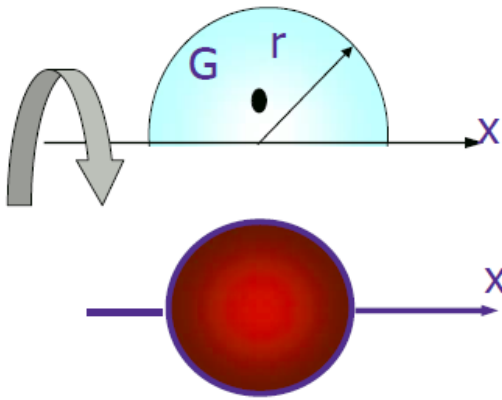
Teorem.2 : Düzlem bir yüzeyin kendi düzlemi içinde, fakat kendini kesmeyen bir eksen etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel cismin hacmi, yüzeyin alanıyla dönme sırasında yüzeyin ağırlık merkezinin kat ettiği yolun çarpımına eşittir.

$$V = 2\pi y_g A$$

$$dV = 2\pi y_g dA$$

$$V = 2\pi \int y_g dA$$

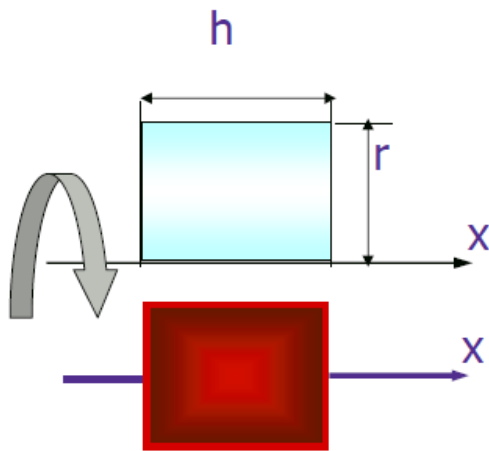
Yarım daireden kürenin hacminin hesabı



$$V = 2\pi \frac{4r}{3\pi} \cdot \frac{\pi \cdot r^2}{2} \quad (\text{küre})$$

$$V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$$

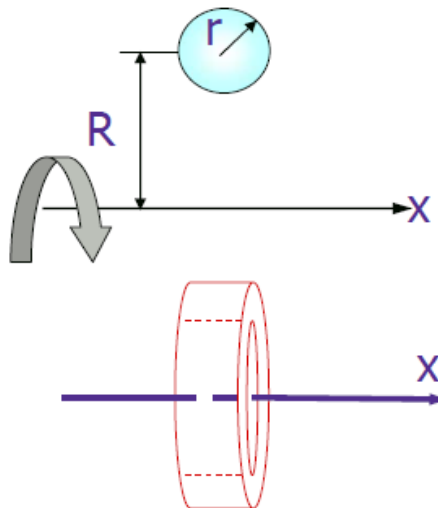
Dikdörtgenden dolu silindirin hacminin hesabı



$$V = 2\pi \cdot \frac{r}{2} \cdot h \cdot r$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

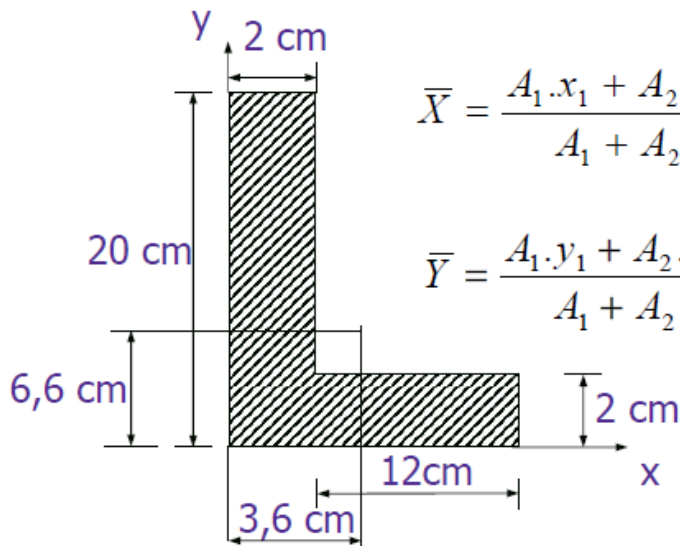
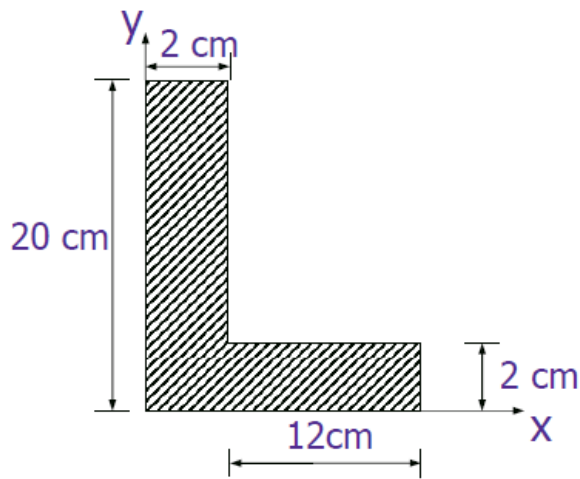
Dolu daireden R yarıçaplı torun hacminin hesaplanması



$$V = 2\pi \cdot R \cdot \pi \cdot r^2$$

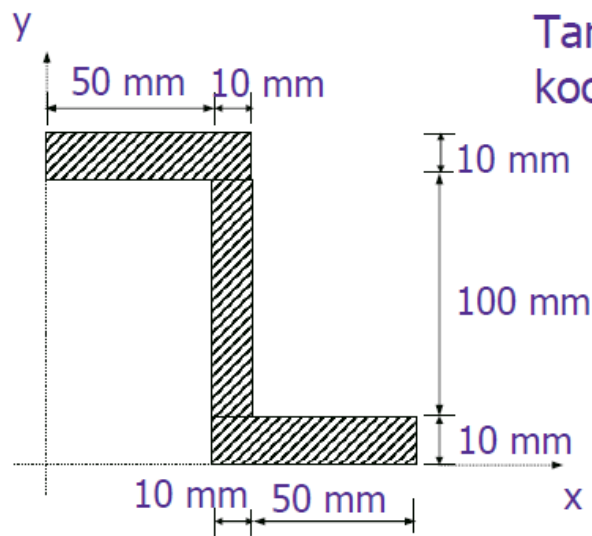
$$V = 2\pi^2 \cdot r^2 \cdot R$$

Taralı alanın ağırlık merkezinin koordinatlarını hesaplayınız.



$$\bar{X} = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2} = \frac{40 \cdot 1 + 24 \cdot 8}{64} = 3,625 \text{ cm}$$

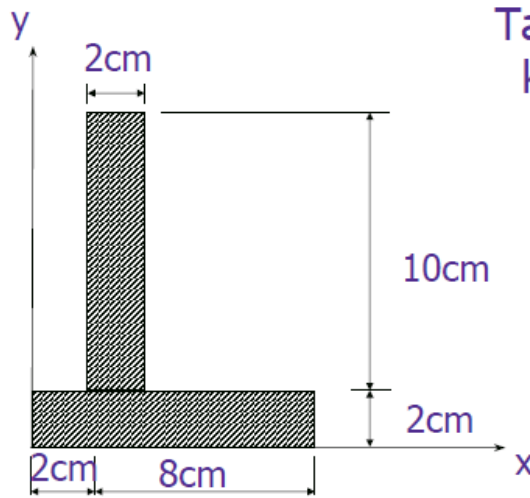
$$\bar{Y} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2} = \frac{40 \cdot 10 + 24 \cdot 1}{64} = 6,625 \text{ cm}$$



Taralı alanın ağırlık merkezinin koordinatlarını hesaplayınız.

$$\bar{X} = \frac{x_1 \cdot A_1 + x_2 \cdot A_2 + x_3 \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{30 \cdot (60 \cdot 10) + 55 \cdot (10 \cdot 100) + 80 \cdot (10 \cdot 60)}{600 + 1000 + 600} = 55 \text{ mm}$$

$$\bar{Y} = \frac{y_1 \cdot A_1 + y_2 \cdot A_2 + y_3 \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{115 \cdot (60 \cdot 10) + 60 \cdot (10 \cdot 100) + 5 \cdot (10 \cdot 60)}{600 + 1000 + 600} = 60 \text{ mm}$$



Taralı alanın ağırlık merkezinin koordinatlarını hesaplayınız.

	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>A</i>	<i>Ax</i>	<i>Ay</i>
<i>1</i>	<i>3</i>	<i>7</i>	<i>20</i>	<i>60</i>	<i>140</i>
<i>2</i>	<i>5</i>	<i>1</i>	<i>20</i>	<i>100</i>	<i>120</i>
<i>Toplam</i>			<i>40</i>	<i>160</i>	<i>160</i>

$$\bar{x} = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{160}{40} \Rightarrow \bar{x} = 4 \text{ cm}$$

$$\bar{y} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{160}{40} \Rightarrow \bar{y} = 4 \text{ cm}$$