

DİNAMİK (8.hafta)

①

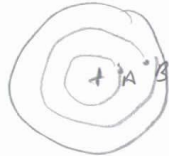
RİJİT CİSİMLER DÜZLEMSEL HAREKETİ

Rijit cisim (noktasal ve esnek cisimlerin birleşimi) için her hareket yapılır.

a) Öteleme: Hareket esnasında cisim içindeki her nokta aynı yönde aynı hızla hareket eder. Eğer yönlere göre hız ise dönüş hareketi, eğer hız ise çarpık hareket olur.



b) Dönme: Sabit eksen etrafında cisim döndürülürken cisim içindeki her nokta dairevi hareket eder.

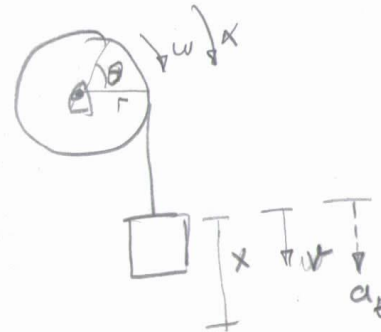
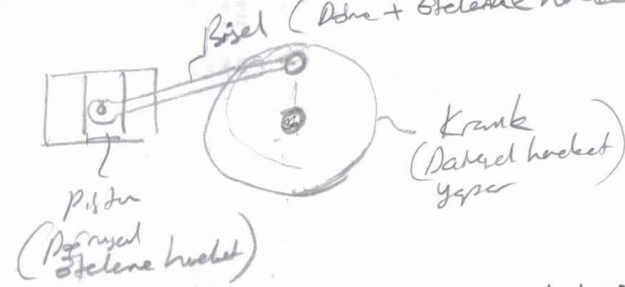


c) Dönme + Öteleme: Her iki hareket de hareket esnasında hareket eder.



②

3 hareketin hepsini kombine hareket olarak elemanlarda görebiliriz.



$$x = r \cdot \theta$$

$$v = r \cdot \omega$$

$$a_t = a_{\omega} = r \cdot \alpha$$

$$a_n = r \cdot \omega^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

$\alpha = \text{sabit de\u011fer}$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\alpha \cdot d\theta = \omega \cdot d\omega$$

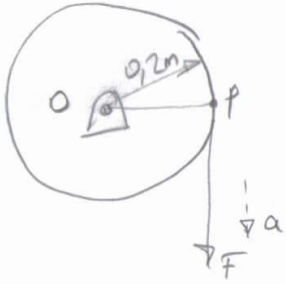
$\alpha = \text{sabit}$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

Örnek 3 ipe



$a = 4t \text{ m/s}^2$ (t : saniye)
 ikesi verilen bir kuvvet uygulanıyor.

a) tekerleğin ağırlık hızı?

b) OP çizgisinin ağırlık kuvvetinin zaman fonksiyonu olarak radyan cinsinden bulunuz.

a ikesi sabit değil, zamanla bağlı olarak değişiyor

① İpe tekerleğe bağlı olduğu için aynı zamanda tekerleğin üzerinde P noktasına a_t ikesi oluyor olur.

$$a_t = \alpha \cdot r$$

$$4t = \alpha \cdot 0,2$$

$$\alpha = 20t \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \int_0^t d\omega = \int_0^t \alpha \cdot dt \Rightarrow \omega = \int_0^t 20t \cdot dt$$

$$\omega = 20 \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^t =$$

$$\boxed{\omega = 10t^2 \text{ rad/s}}$$

②! Burada a ikesi sabit değildir bu nedenle $\omega = \omega_0 + \alpha t$ formülü kullanılmadı.

③ Ağırlık kuvveti

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \int_0^t d\theta = \int_0^t \omega dt$$

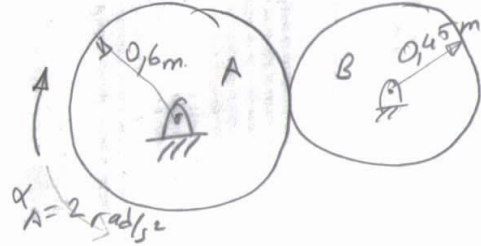
$$\theta = \int_0^t 10t^2 dt = 10 \cdot \frac{t^3}{3} \Big|_0^t$$

$$\boxed{\theta = 3,33 t^3 \text{ rad}}$$

5

Örnek 2

İki disk kaymayacak şekilde birbirine sürtmektedir.

A disk $\omega = 2 \text{ rad/s}$ ile dönerken durmadan hızlanıyor.

10 saniye sonra B diskinin açısal hız ve açısal ivmesi ne olur?

İki diskin dönme noktası arasındaki çapı (teğetsel) hızları eşittir. 10 saniye sonra A'nın açısal hızını bulmaya çalışalım.

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha_A(\theta - \theta_0)$$

$$\omega^2 = 0 + 2 \cdot 2 \cdot (20\pi - 0)$$

$$\omega^2 = 80\pi$$

$$\omega = \omega_A = 15,85 \text{ rad/s}$$

$$v_A = \omega_A \cdot r_A$$

$$= 15,85 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,6 \text{ m}$$

$$v_A = 9,511 \text{ m/s}$$

$$\frac{1 \text{ devir}}{10 \text{ devir}} = \frac{2\pi \text{ rad}}{x}$$

$$x =$$

6

A diski ile B diskinin çapı aynıdır.

$$v_B = v_A = 9,511 \text{ m/s}$$

$$v_B = \omega_B \cdot r_B$$

$$9,511 = \omega_B \cdot 0,45 \text{ m}$$

$$\omega_B = 21,137 \text{ rad/s}$$

İtmesin noktasındaki teğetsel ivmeler aynıdır.

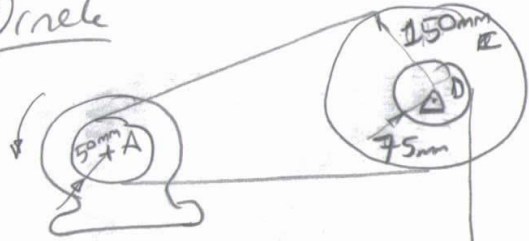
$$(a_B)_t = (a_A)_t$$

$$\alpha_B \cdot r_B = \alpha_A \cdot r_A$$

$$\alpha_B \cdot 0,45 = 2 \cdot 0,6$$

$$\alpha_B = 2,66 \text{ rad/s}^2$$

Örnek 7



A kasnığının
açısal hızı

$$\omega_A = 6 \cdot \theta \text{ rad/s} \quad [\theta: \text{rad}] \quad S = 6 \text{ m}$$

B bloğu yerdən
6 m yükseklikte hızı ne olur?

B bloğu yerdən 6 m yükseklikte A
kasnığının bədən dərəcəsi, bulalım.

$$6S = \theta_D \cdot r_D$$

$$6 \text{ m} = \theta_D \cdot 0,075$$

$$\theta_D = 80 \text{ rad} = \theta_E$$

A ile C nin qeyri
aldığı yollar eştir.

$$S_A = S_C$$

$$r \cdot \theta_A = r \cdot \theta_C$$

$$0,050 \cdot \theta_A = 0,150 \cdot 80$$

$$\theta_A = 240 \text{ rad}$$

$$v_A = v_C$$

$$r_A \cdot \omega_A = r_C \cdot \omega_C$$

8

A nin açısal hızını bulalım.

$$\int_0^{240} \alpha \cdot d\theta = \int_0^{\omega} w \cdot dw$$

$$\int_0^{240} 6 \cdot \theta \cdot d\theta = \int_0^{\omega} w \cdot dw$$

$$6 \cdot \frac{\theta^2}{2} \Big|_0^{240} = \frac{\omega^2}{2}$$

$$\sqrt{\frac{6 \cdot (240)^2 \cdot 2}{2}} = \omega$$

$$\omega_A = 587,88 \text{ rad/s}$$

ω_A dənə bədən olub ω_B y: bulalım

A ile C nin qeyri hızları eştir. C ile
D nin açısal hızları aynı olur.

$$v_A = v_C$$

$$r_A \cdot \omega_A = r_C \cdot \omega_C$$

$$0,050 \cdot 587,88 = 0,150 \cdot \omega_C$$

$$\omega_C = 195,96 = \omega_D$$

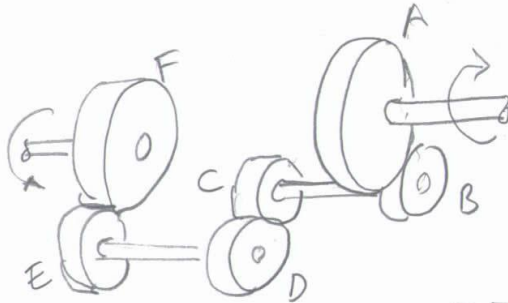
$$v_B = v_D = 6 \cdot \omega_D$$

$$v_B = 0,075 \cdot 195,96$$

$$v_B = 14,7 \text{ m/s}$$

(9)

Örnek 4 Şekildeki gibi bir hızlar kutusunun giriş hızı dışarı bağlantısı gösterilmektedir. Kuvvetler gelen 573 d/d hızla dönmeye başlar ise 573 d/d hızla dönmeye başlar ise 573 d/d hızla dönmeye başlar ise devri ne olur?



$$r_A = 90 \text{ mm}$$

$$r_B = r_C = 30 \text{ mm}$$

$$r_D = 50 \text{ mm}$$

$$r_E = 70 \text{ mm}$$

$$r_F = 60 \text{ mm}$$

* A ile B nin çevresel hızları eşittir $v_A = v_B$

$$v_A = v_B$$

$$r_A \cdot \omega_A = r_B \cdot \omega_B$$

$$90 \text{ mm} \cdot 60 \text{ rad/s} = 30 \cdot \omega_B$$

$$\omega_B = 180 \text{ rad/s} = \omega_C$$

* C ile D nin çevresel hızları eşittir $v_C = v_D$

$$v_C = v_D$$

$$r_C \cdot \omega_C = r_D \cdot \omega_D \rightarrow 30 \cdot 180 = 50 \cdot \omega_D$$

$$\omega_D = 108 \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}$$

$$\omega_A = \frac{2 \cdot 314 \cdot 573}{2060}$$

$$\omega_A = 60 \text{ rad/s}$$

(10)

D ile E nin çevresel hızları aynıdır.

$$\omega_D = \omega_E = 108 \text{ rad/s}$$

E ile F nin çevresel hızları aynıdır.

$$v_E = v_F$$

$$r_E \cdot \omega_E = r_F \cdot \omega_F$$

$$70 \cdot 108 = 60 \cdot \omega_F$$

$$\omega_F = 126 \text{ rad/s}$$

$$n_F = \frac{60 \cdot \omega_F}{2\pi} = \frac{60 \cdot 126}{2 \cdot \pi}$$

$$n_F = 1203 \text{ d/d}$$

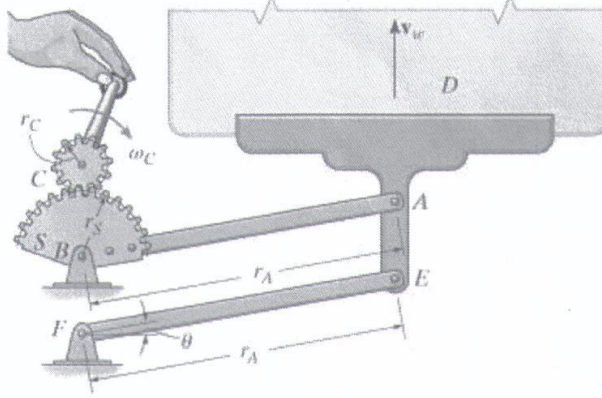
The mechanism for a car window winder is shown in the figure. Here the handle turns the small cog C , which rotates the spur gear S , thereby rotating the fixed-connected lever AB which raises track D in which the window rests. The window is free to slide on the track. If the handle is wound with angular velocity ω_c , determine the speed of points A and E and the speed v_w of the window at the instant θ .

Given:

$$\omega_c = 0.5 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad r_C = 20 \text{ mm}$$

$$\theta = 30 \text{ deg} \quad r_S = 50 \text{ mm}$$

$$r_A = 200 \text{ mm}$$



Solution:

$$v_C = \omega_c r_C$$

$$v_C = 0.01 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\omega_S = \frac{v_C}{r_S} \quad \omega_S = 0.20 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v_A = v_E = \omega_S r_A$$

$$v_A = v_E = 40.00 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Points A and E move along circular paths. The vertical component closes the window.

$$v_w = v_A \cos(\theta) \quad v_w = 34.6 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

Örnek

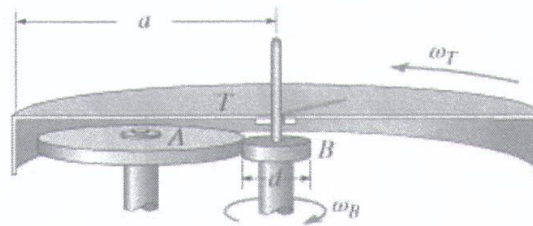
The turntable T is driven by the frictional idler wheel A , which simultaneously bears against the inner rim of the turntable and the motor-shaft spindle B . Determine the required diameter d of the spindle if the motor turns it with angular velocity ω_B and it is required that the turntable rotate with angular velocity ω_T .

Given:

$$\omega_B = 25 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega_T = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$a = 9 \text{ in}$$



Solution:

$$\omega_B \frac{d}{2} = \omega_A \left(\frac{a - \frac{d}{2}}{2} \right) \quad \omega_A = \frac{\omega_B d}{a - \frac{d}{2}} \quad \omega_A \left(\frac{a - \frac{d}{2}}{2} \right) = \omega_T a \quad \frac{\omega_B d}{2} = \omega_T a \quad d = \frac{2\omega_T a}{\omega_B}$$

$$d = 1.44 \text{ in}$$