

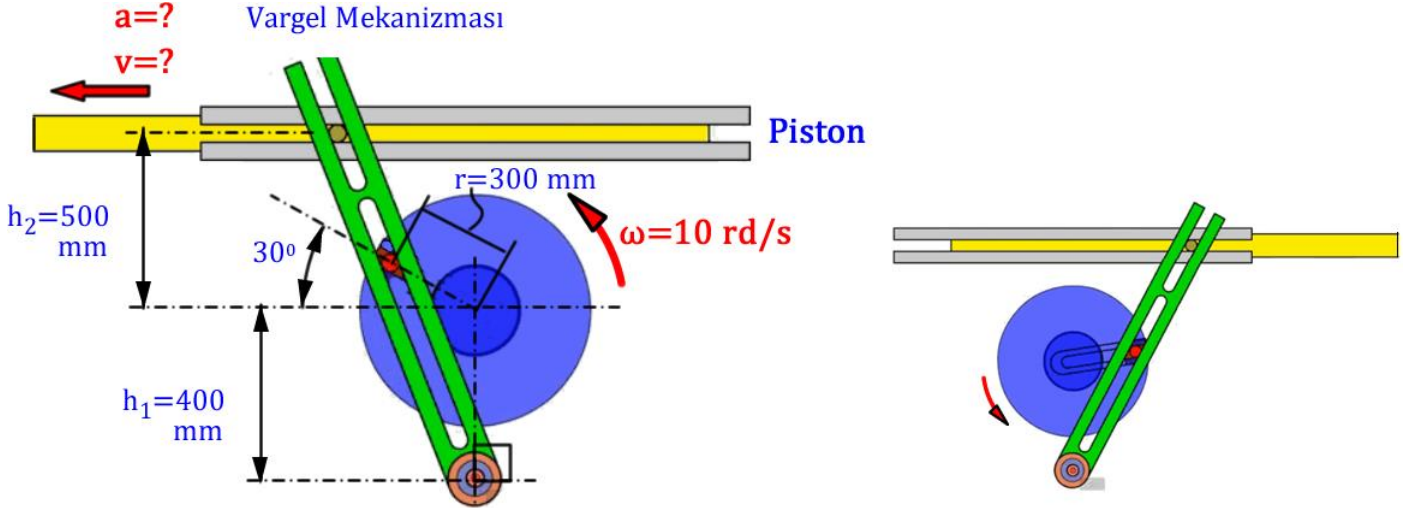
AD SOYAD: NO:.....



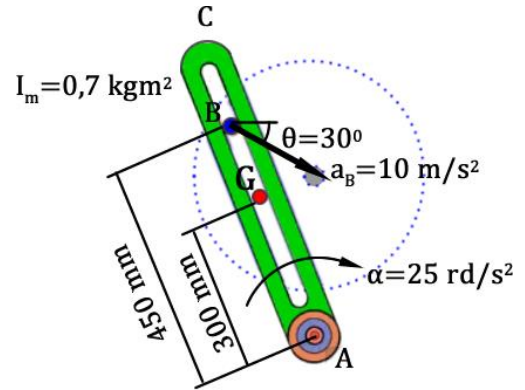
KARABÜK ÜNV. MÜH.FAK, MEKATRONİK BÖL, MAKİNE DİNAMİĞİ FİNAL SINAVI

1 sayfa önlü arkalı formül ve not alma kağıdı kullanabilirsiniz. Sınavda sıra numarası vardır. Birinizdeki hata bir başkasında çıkarsa ikisi de kopya işlemi görür. Kağıtlarınızı saklayın. Soru kağıdından başka Maksimum 2 kağıt kullanabilirsiniz. Kağıtları verimli kullanın. SORULARDA SİZCE EKSİK BİR YER VAR İSE KENDİNİZ KARAR ALIP TAMAMLAYIN. Süre net **90.dk** dir. Başarılar. İ.Çayıroğlu, 05.06.2024

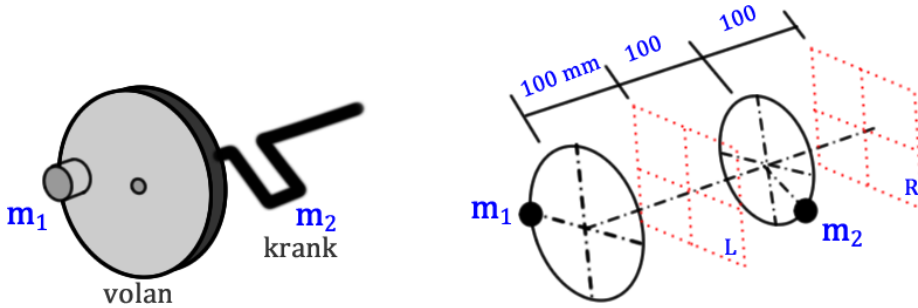
1. (60 Puan) Aşağıda verilen vargel mekanizmasındaki **Pistonun hızını ve ivmesini** bulunuz.



2. (20 p) Şekildeki kolu çevirmeye çalışan B noktasındaki pim ivmesi $a_B = 10 \text{ m/s}^2$ olarak verilmiş. Cismin açısal ivmesi $\alpha = 25 \text{ rd/s}^2$ ve Kütle atalet momenti $I_m = 0,7 \text{ kgm}^2$ olarak verilmiş. Buna göre cismin **atalet dairesinin yarıçapı (e=?)** ne olur? Üzerindeki kuvvetleri ve daireyi çizimle yaklaşık gösterin (Cismin kütlesi 3,5 kg).



3. (20 p) Aynı makinada bulunan volan bir krank vasıtasıyla döndürülmektedir. Volan üzerindeki m_1 kütlesi ile krank üzerindeki m_2 bağlantısı dengesiz kütle oluşturmaktadır. Volan ve krankı dengelemek için mil üzerinde iki tane boş yer vardır. Bunlar L ve R düzlemleri ile gösterilmiştir. Bu düzlemlere bağlanacak kütlelerin büyüklüğünü ve açısını bulunuz ($m_L=?$, $\theta_L=?$, $m_R=?$, $\theta_R=?$), (Verilenler: $m_1=0.8 \text{ kg}$, $r_1=225 \text{ mm}$, $\theta_1=180^\circ$, $m_2=1.2 \text{ kg}$, $r_2=145 \text{ mm}$, $\theta_2=300^\circ$, $r_L=150 \text{ mm}$, $r_R=150 \text{ mm}$)

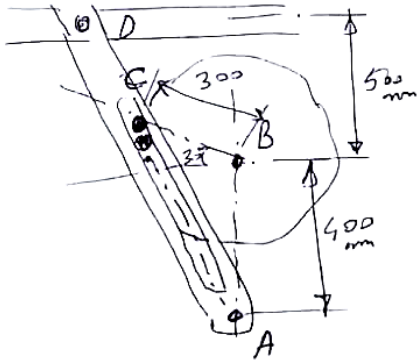


CEVAPLAR

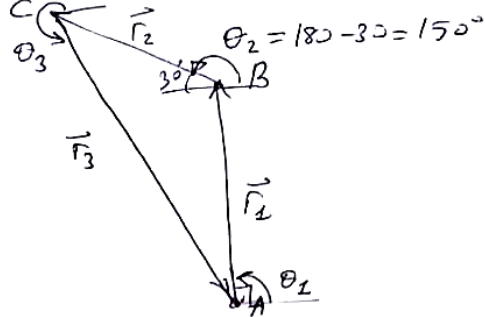
ÇÖZÜMLER

①

① Mekanizmada hareketi etkileyen mesafe ve mafsal noktalarına dikkat ederek vektörel konum poligonu oluşturalım. Anlatımı kolaylaştırmak için önemli noktalara isimler verelim. Hareket A, B, C



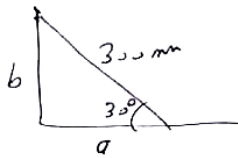
noktaları eşanlıkta gösterelim.



a) Önce konum tablosunu bulalım.

	\vec{r}_1	\vec{r}_2	\vec{r}_3
r	400 mm	300 mm	$r_3 = ? \Rightarrow 608,27$ mm
θ	90°	150°	$\theta_3 = ? \Rightarrow 295,3^\circ$

r_3 boyu ile θ_3 açısını bulalım.



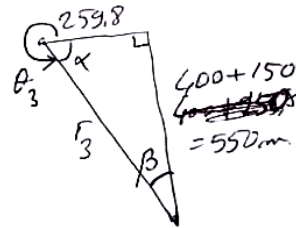
$$a = 300 \cdot \cos 30^\circ$$

$$a = 259,8 \text{ mm.}$$

$$b = 300 \cdot \sin 30^\circ$$

$$= 150 \text{ mm.}$$

$$r_3 = \sqrt{259,8^2 + 150^2}$$



$$r_3 = \sqrt{259,8^2 + 550^2}$$

$$r_3 = \underline{\underline{608,27 \text{ mm.}}}$$

b) Hız tablosunu bulalım.

	\vec{r}_1	\vec{r}_2	\vec{r}_3
\dot{r}	0	$\dot{r}_2 = \omega_2 \cdot r_2$	$\dot{r}_3 = ?$
$\dot{\theta}$	0	$\dot{\theta}_2 = \omega_2$	$\dot{\theta}_3 = ?$

$$\tan \beta = \frac{259,8}{550}$$

$$\tan \alpha = \frac{550}{259,8} \Rightarrow 64,7^\circ = \alpha$$

$$\beta = 25,28^\circ$$

$$\theta_3 = 360 - 64,7 = \underline{\underline{295,3^\circ}}$$

* ω_2 Saatin tersi yönde dönerse pozitif, Saatin yönünde dönerse negatif alınır.

2 tane bililmeyen var, bunları bulmak için hız denklemini oluşturabiliriz. Hız denklemini için konum denkleminin bir kez türevini almalıyız. Türev alabilmemiz için konumda olan değerleri bilmeliyiz. Yani 1. denklemden tablosunu bulmalıyız.

	\vec{r}_1	\vec{r}_2	\vec{r}_3
r	S	S	(D)
θ	S	(D)	(D)

1. Denklem Tablosu.
Konumdaki değerleri gösterir.



2

Konum denkleminin türevini alalım.

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$$

$$\underbrace{r_1}_{s} \cdot \underbrace{\mu(\theta_1)}_s + \underbrace{r_2}_{s} \cdot \underbrace{\mu(\theta_2)}_D + \underbrace{r_3}_{D} \cdot \underbrace{\mu(\theta_3)}_D = 0 \quad (\text{konum denkleminin türevi})$$

Hatırlatma

$$uv = u'v + u \cdot v'$$
$$uvw = u'vw + uv'w + uvw'$$

$$0 + \underbrace{r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{r}(\theta_2)}_{10 \text{ rd/s}} + \underbrace{r_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{r}(\theta_3)}_{\text{Hız denkleminin türevi}} = 0$$

Önce $\dot{\theta}_3$ olduğu ifadesi yok edelim. Bunun için tüm denklemin $\mu(\theta_3)$ ile çarpalım.

$$r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{r}(\theta_2) \cdot \mu(\theta_3) + r_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \mu(\theta_3) \cdot \mu(\theta_3) + r_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{r}(\theta_3) \cdot \mu(\theta_3) = 0$$

$\sin(\theta_3 - \theta_2) \qquad 1 \qquad 0$

$$\dot{r}_3 = \frac{-r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin(\theta_3 - \theta_2)}{1} = \frac{-300 \cdot 10 \cdot \sin(295,3^\circ - 150^\circ)}{\text{mm rd/s}}$$

$$\dot{r}_3 = -1707 \text{ mm/s} \quad (\text{eksi ifadesi vektörün kısalacağını gösteriyor, şekerle bakarak } \dot{r}_3 \text{ vektörü kısalıyor})$$

$\dot{\theta}_3$ bulmak için \dot{r}_3 yönündeki bütün vektörleri sıfır yapalım. Bunun için tüm denklemin $\vec{r}(\theta_3)$ ile çarpalım.

$$r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \vec{r}(\theta_2) \cdot \vec{r}(\theta_3) + r_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \mu(\theta_3) \cdot \vec{r}(\theta_3) + r_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{r}(\theta_3) \cdot \vec{r}(\theta_3) = 0$$

$\cos(\theta_2 - \theta_3) \qquad 0 \qquad 1$

$$\dot{\theta}_3 = \frac{-r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_3)}{r_3 \cdot 1} = \frac{-300 \cdot 10 \text{ rd/s} \cdot \cos(150^\circ - 295,3^\circ)}{608,27 \text{ mm}}$$

$$\dot{\theta}_3 = 4,054 \text{ rd/s}$$

Hız tablosunun son hali

	\vec{r}_1	\vec{r}_2	\vec{r}_3
\dot{r}	0	0	$\dot{r}_3 = -1707 \text{ mm/s}$
$\dot{\theta}$	0	$\dot{\theta}_2 = 10 \text{ rd/s}$	$\dot{\theta}_3 = 4,054 \text{ rd/s}$

İkinci denklemin bulmak için 2. deyişim tablosuna ihtiyac var. Yeni hızdaki deyişimleri gösteren tablo. Hızdaki deyişim ilmenin olduğunu gösterir.

	\vec{r}_1	\vec{r}_2	\vec{r}_3
\dot{r}	S	S	(D)
$\dot{\theta}$	S	S*	(D)

(Sabit hızla döndürüyor)

Diyörden hızda deyişim yoktur

3

Her denklemin birini alalım.

$$\frac{r_2}{s} \cdot \frac{\ddot{\theta}_2}{s} \frac{\vec{r}(\theta_2)}{D} + \frac{r_3}{D} \frac{\ddot{\mu}(\theta_3)}{D} + \frac{r_3}{D} \cdot \frac{\ddot{\theta}_3}{D} \frac{\vec{r}(\theta_3)}{D} = 0$$

$$r_2 \cdot \ddot{\theta}_2 \vec{r}(\theta_2) + \ddot{\mu}(\theta_3) \vec{r}(\theta_3) + r_3 \cdot \ddot{\theta}_3 \vec{r}(\theta_3) + r_3 \cdot \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 \vec{r}(\theta_3) + r_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot (-\dot{\theta}_3 \mu(\theta_3)) = 0$$

İkinci denklemin birini daha sadeleştirelim

$$r_2 \ddot{\theta}_2 \vec{r}(\theta_2) + \ddot{\mu}(\theta_3) \vec{r}(\theta_3) + 2 \cdot r_3 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 \vec{r}(\theta_3) + r_3 \ddot{\theta}_3 \vec{r}(\theta_3) - r_3 \dot{\theta}_3^2 \mu(\theta_3) = 0$$

İkinci denklemin

Önce $\ddot{\mu}(\theta_3)$ yarımadaki ifadesi yok edelim. Bunun için denklemin $\vec{r}(\theta_3)$ ile çarpmamız gerekir.

$$r_2 \ddot{\theta}_2 \vec{r}(\theta_2) \cdot \vec{r}(\theta_3) + \ddot{\mu}(\theta_3) \vec{r}(\theta_3) \cdot \vec{r}(\theta_3) + 2 \cdot r_3 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 \vec{r}(\theta_3) \cdot \vec{r}(\theta_3) + r_3 \ddot{\theta}_3 \vec{r}(\theta_3) \cdot \vec{r}(\theta_3) - r_3 \dot{\theta}_3^2 \mu(\theta_3) \cdot \vec{r}(\theta_3) = 0$$

1

$$\ddot{\theta}_3 = \frac{-r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cos(\theta_2 - \theta_3) - 2 \cdot r_3 \dot{\theta}_3^2}{r_3} = \frac{-300 \cdot 10 \cdot \cos(150 - 295,3) - 2 \cdot (-1707) \cdot 4,054}{608,27 \text{ mm}}$$

$$\ddot{\theta}_3 = 26,8 \text{ rd/s}^2$$

Benzer şekilde r_3 imesini bulalım. Bunun için tüm ifadesi $\dot{\theta}_3$ yarımadaki ifadesi sıfır yapacak şekilde $\mu(\theta_3)$ ile çarpalım.

$$r_2 \ddot{\theta}_2 \vec{r}(\theta_2) \cdot \mu(\theta_3) + \ddot{\mu}(\theta_3) \mu(\theta_3) + 2 \cdot r_3 \dot{\theta}_3 \dot{\theta}_3 \vec{r}(\theta_3) \cdot \mu(\theta_3) + r_3 \ddot{\theta}_3 \vec{r}(\theta_3) \cdot \mu(\theta_3) + r_3 \dot{\theta}_3^2 \mu(\theta_3) \cdot \mu(\theta_3) = 0$$

1

$$\ddot{\mu}(\theta_3) = \frac{-r_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_3 - \theta_2) + r_3 \dot{\theta}_3^2}{1} = \frac{-300 \cdot 10 \cdot \sin(295,3 - 150) + 608,27 \cdot 4,054^2}{1}$$

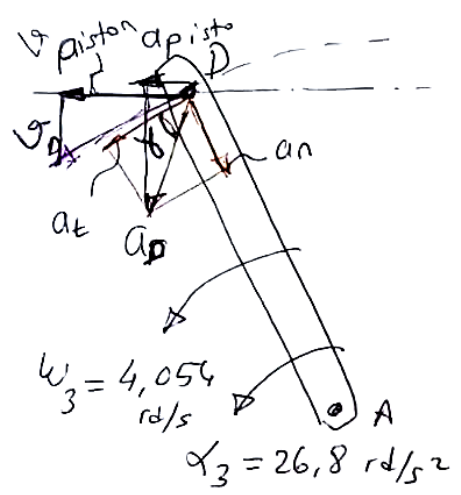
$$\ddot{\mu}(\theta_3) = 8289 \text{ mm/s}^2$$

İkinci Tablosu

	\vec{r}_1	\vec{r}_2	\vec{r}_3
$\ddot{\mu}$	0	0	$\ddot{\mu} = 8289 \text{ mm/s}^2$
$\ddot{\theta}$	0	0	$\ddot{\theta}_3 = 26,8 \text{ rd/s}^2$

(4)

D noktası üzerindeki ivmeler AD çubuğunun yapmış olduğu dairesel harekete bağlı olarak bulunur. Fakat yatayda hareket pistona hızı vermesi bunların izdüşümü şeklinde olur.

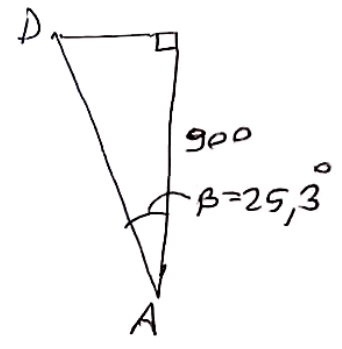


$$v_D = AD \cdot \omega_3$$

$$= 995,3 \cdot 4,054 \text{ mm} \cdot \text{rad/s}$$

$$= 4035 \text{ mm/s}$$

$$v_D = 4,035 \text{ m/s}$$



$$\cos \beta = \frac{900}{AD}$$

$$AD = \frac{900}{\cos(25,3)}$$

$$AD = 995,3 \text{ mm}$$

$$a_t = AD \cdot \alpha_3$$

$$= 995,3 \cdot 26,8 \text{ mm} \cdot \text{rad/s}^2$$

$$= 26674,57 \text{ mm/s}^2$$

$$a_n = AD \cdot \omega^2$$

$$= 995,3 \cdot 4,054^2 \text{ (rad/s)}^2$$

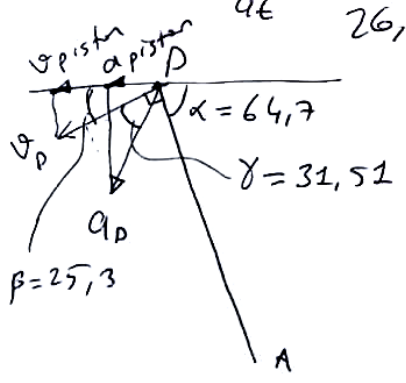
$$= 16358 \text{ mm/s}^2$$

$$a_t = 26,67 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = 16,35 \text{ m/s}^2$$

$$a_D = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{26,67^2 + 16,35^2} = 31,28 \text{ m/s}^2$$

$$\tan \gamma = \frac{a_n}{a_t} = \frac{16,35 \text{ m/s}^2}{26,67 \text{ m/s}^2} \Rightarrow \gamma = 31,51^\circ$$



$$v_{\text{piston}} = v_D \cdot \cos 25,3^\circ = 4,035 \cdot \cos 25,3^\circ$$

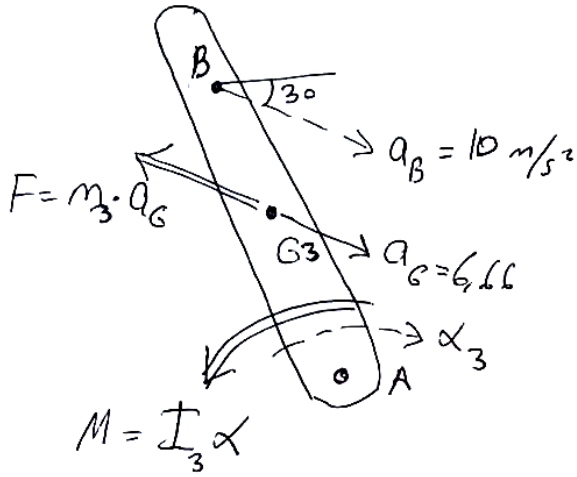
$$= 3,647 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{piston}} = a_D \cdot \cos(25,3^\circ + 31,51^\circ)$$

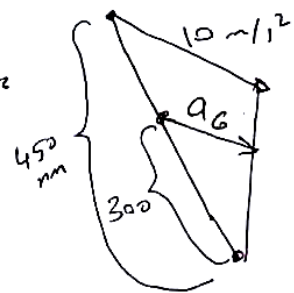
$$= 17,123 \text{ m/s}^2$$

(5)

② 2. soru 1. sorudan bağımsız verilmiş. Aslında
içme değeri 1. sorudan alarak çözümlenebilir. Burada
verildiği şekliyle çözelim.

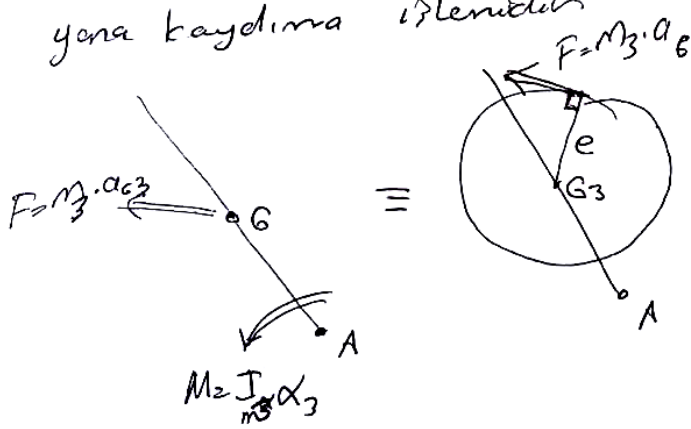


G noktasının dairesel hızı
benzerlikle bulunur. Açısı aynıdır.
Orantı kuralım

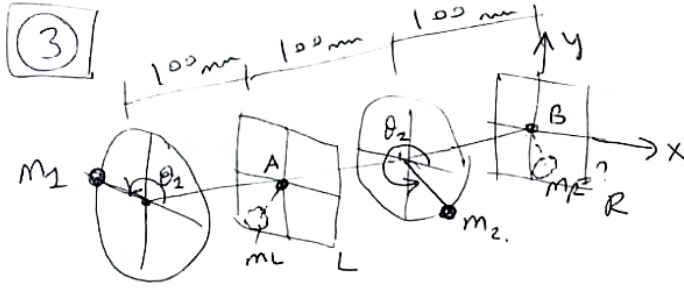


$$\frac{10 \text{ m/s}^2}{a_G} = \frac{450 \text{ mm}}{300 \text{ mm}}$$
$$a_G = \frac{300 \cdot 10 \text{ m/s}^2}{450 \text{ mm}}$$
$$a_G = 6.66 \text{ m/s}^2$$

Atalet dairesi, atalet momentini yola etmek için
atalet kuvvetini eşdeğer momentini oluşturacak kadar
yana kaydırma işlemidir



$$m_3 \cdot a_G \cdot e = I_3 \cdot \alpha_3$$
$$e = \frac{I_3 \cdot \alpha_3}{m_3 \cdot a_G}$$
$$e = \frac{0.7 \cdot \text{kg m}^2 \cdot 25 \text{ rad/s}^2}{3.5 \text{ kg} \cdot 6.66 \text{ m/s}^2}$$
$$e = 0.75 \text{ m}$$



$$m_1 = 0,8 \text{ kg}$$

$$r_1 = 225 \text{ mm}$$

$$\theta_1 = 180^\circ$$

⑥

$$m_2 = 1,2 \text{ kg}$$

$$r_2 = 145 \text{ mm}$$

$$\theta_2 = 300^\circ$$

$$r_L = 150 \text{ mm}$$

$$r_R = 150 \text{ mm}$$

A noktasına göre merkez kaç kuvvetlerin x bileşenlerinin değerini yazalım.

$$\sum M_{Ax} = 0 \Rightarrow \int_{\theta}^{(-)} M_1 \cdot r_1 \cdot \cos \theta_1 \cdot L_{1A} + M_2 \cdot r_2 \cdot \cos \theta_2 \cdot L_{2A} +$$

* A noktasına göre moment alırken bir taraftaki her pozitif diğer taraftaki eksi olur. Hepsini bir tarafta olsa pozitif olabilir. $+ M_R \cdot r_R \cdot \cos \theta_R \cdot L_{RA} = 0$

$$- 0,8 \cdot 225 \cdot \cos 180 \cdot 100 + 1,2 \text{ kg} \cdot 145 \cdot \cos 300 \cdot 100 +$$

$$M_R \cos \theta_R \cdot 30000 + 26700 = 0$$

$$+ M_R \cdot 150 \cdot \cos \theta_R \cdot 200 = 0$$

$$M_R \cdot \cos \theta_R = \frac{-26700}{30000} = -0,89 \quad \text{--- (1)}$$

A noktasına göre y bileşenleri moment değerini yazalım.

$\sum M_{Ay} = 0$ Aynı ifadelerde sadece $\sin()$ ler olacaktır.

$$\star (-) M_1 r_1 \sin \theta_1 L_{1A} + M_2 r_2 \sin \theta_2 L_{2A} + M_R r_R \sin \theta_R L_{RA} = 0$$

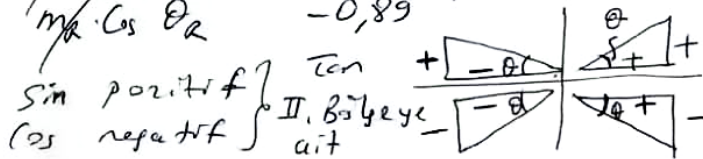
$$- 0,8 \cdot 225 \cdot \sin 180 \cdot 100 + 1,2 \cdot 145 \cdot \sin 300 \cdot 100 + M_R \cdot 150 \cdot \sin \theta_R \cdot 200 = 0$$

$$M_R \sin \theta_R \cdot 30000 - 15068 = 0$$

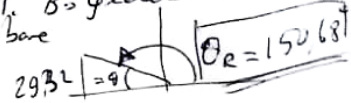
$$M_R \sin \theta_R = \frac{15068}{30000} = 0,5 \quad \text{--- (2)}$$

(1) ve (2) denklemlerinden

$$\frac{M_R \sin \theta_R}{M_R \cos \theta_R} = \frac{0,5}{-0,89} \Rightarrow \tan \theta_R = -0,5617 \Rightarrow \theta_R = -29,32^\circ$$



Açıları x den itibaren gösteriyoruz. Tan ifadelerinde bulunan açının hangi bölgede olduğunu bulursak ona göre açısını x ten itibaren yazabiliriz.



$\theta_R = 150,68^\circ$ bulduk. (1) denkleminde yerini yazalım. (7)

$$m_R \cos \theta_R = -0,89$$

$$m_R \cdot \cos(150,68) = -0,89$$

$$\boxed{m_R = 1,02 \text{ kg}}$$

X eksenindeki bütün kuvvetlerin dengesini yazalım.

$$\sum F_x = 0 \quad m_1 \cdot r_1 \cdot \cos \theta_1 + m_2 \cdot r_2 \cdot \cos \theta_2 + m_L \cdot r_L \cdot \cos \theta_L +$$

$$m_R \cdot r_R \cdot \cos \theta_R = 0$$

$$0,8 \cdot 225 \cdot \cos 180 + 1,2 \cdot 145 \cdot \cos 300 + m_L \cdot 150 \cdot \cos \theta_L +$$

$$+ 1,02 \cdot 150 \cdot \cos(150,68) = 0$$

$$\underline{m_L \cos \theta_L = 1,5} \quad \text{--- (3)}$$

$\sum F_y = 0$ Aynı ifadeyi sin ile denklemler olur,

$$m_1 r_1 \sin \theta_1 + m_2 r_2 \sin \theta_2 + m_L r_L \sin \theta_L + m_R r_R \sin \theta_R = 0$$

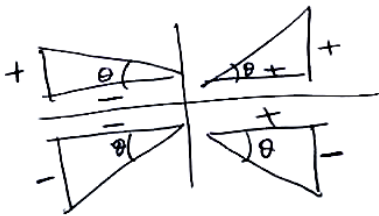
$$0,8 \cdot 225 \cdot \sin 180 + 1,2 \cdot 145 \cdot \sin 300 + m_L \cdot 150 \sin \theta_L + 1,02 \cdot 150 \cdot \sin(150,68)$$

$$m_L \sin \theta_L = 0,505 \quad \text{--- (4)}$$

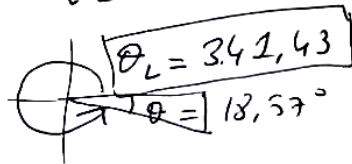
(3) ve (4) den

$$\frac{m_L \sin \theta_L}{m_L \cos \theta_L} = \frac{-0,505}{1,5} \Rightarrow \tan \theta_L = -0,336$$

$$\theta_L = -18,57^\circ$$



Sin eksi
Cos pozitif
Dolayısıyla
IV. Bölge



3. deklemanda yerini yazalım

$$m_L \cos \theta_L = 1,5$$

$$m_L \cos(341,43) = 1,5 \Rightarrow \underline{\underline{m_L = 1,5 \text{ kg}}}$$